

基于粒子群算法的摄像机自标定

黄伟光 董安国

(长安大学理学院 陕西 西安 710064)

摘要 基于图像信息,实现对物体的三维重构在交通、地质等领域具有重要的应用价值,对此首先要建立图像坐标和大地坐标的对应关系,而这种关系涉及到摄像机的内部及外部参数,这就需要对摄像机进行标定,确定其参数。利用几何关系给出坐标系间的关系模型,以标定板上关键点间的实际距离和理论距离的相对误差绝对值为目标,将参数确定问题转化为非线性优化问题,进而利用 PSO 算法对优化模型进行求解,实现对摄像机的自标定。通过实际图像的采集并进行数值计算,结果表明模型正确,与其他算法相比,计算精度得到显著提高。

关键词 摄像机自标定 图像 三维重构 粒子群算法 坐标系

中图分类号 TP391 文献标识码 A DOI:10.3969/j.issn.1000-386x.2015.05.052

CAMERA SELF-CALIBRATION BASED ON PARTICLE SWARM OPTIMISATION

Huang Weiguang Dong Anguo

(School of Science, Chang'an University, Xi'an 710064, Shaanxi, China)

Abstract To realise three-dimensional reconstruction of object based on image information has important applied value in the fields of transportation, geology and other sectors. To achieve the purpose, we first establish a corresponding relation between the image coordinates and the geodetic coordinates. Since this relationship is related to internal and external parameters of the camera, we have to do camera calibration to determine its parameters. The relational model between the coordinate systems is given by geometrical relationship. Taking the absolute value of relative error between the actual distance and the theoretical distance of the key points on calibration board as the target, we convert the parameters determination problem into a nonlinear optimisation problem, and then solve the optimisation model with PSO algorithm and achieve the camera self-calibration. Through the acquisition of actual image followed by numerical calculation, results show that the model is correct, and the accuracy has been significantly improved compared with other algorithms.

Keywords Camera self-calibration Image Three-dimensional reconstruction Particle swarm optimisation Coordinate system

0 引言

在计算机视觉技术中,根据二维图像信息对物体进行三维重构具有很高的应用价值。如在交通领域,通过视频技术对运动车辆进行三维重构,检测车辆的三维参数;在地质领域,可以通过视频技术重构山体的三维形状,对山体滑坡等地质灾害进行预警;此外,三维重构在机器人导航、视觉监控、建筑制造等行业都得到了广泛的应用。对物体进行三维重构,首先要确定图像上的位置与空间物体相应点的几何位置之间的相互关系,而这些位置的相互关系,是由摄像机成像几何模型所决定,该几何模型的参数称为摄像机参数,这些参数必须由试验和计算来确定,试验和计算的过程称为摄像机标定。摄像机标定是计算机视觉里从二维图像提取三维空间信息的关键步骤^[1],摄像机的标定有着广泛的应用,如利用对两个摄像机的标定,利用标定好的成像模型来计算目标对象上点的空间坐标^[2];在工业上,对数码相机进行标定,利用图像传感器来识别工件各特征点的位置,避免了接触式方法难以精确瞄准的困难。广义上摄像机标

定可分为三种:传统标定方法、基于主动视觉标定方法和自标定方法^[3],传统的标定方法适合于在一定的摄像机模型下,基于特定的实验条件,如形状、尺寸已知的标定物;基于主动视觉的标定方法,它通过控制摄像机的运动获得多幅图像,通过确立这些图像与摄像机运动轨迹之间的关系来标定摄像机的内外参数;而摄像机自标定方法不需要标准的标定物,即在场景未知和摄像机运动的情况下标定也能够实现。摄像机自标定方法大多需要求解一个多元高维方程组,参数较多,求解方程非常困难^[4,5]。基于单目摄像机,首先建立像素坐标和大地坐标的理论关系模型(包含摄像机参数),为了确定其中的参数,利用模板(如类似国际象棋,特征点间的实际距离已知),通过对模板中的特征点像素位置的检测,计算特征点间的理论距离;为了确定摄像机参数,需要构造一个理论计算结果和实际值差异性指标,以该指标为目标函数^[6-9],通过优化算法对参数进行确定。常用的是将特征点间的理论距离和实际距离作差的平方和来建

收稿日期:2013-08-12。国家自然科学基金项目(11171043, 11201038);中央高校基本科研业务费专项资金项目(CHD2012TD015)。黄伟光,硕士生,主研领域:数字图像处理。董安国,教授。

立目标函数^[7-9],本文以相对误差绝对值作为目标函数,这样构造更加直接地体现了实际需求。最后利用粒子群算法,对优化问题进行求解,得到摄像机自身以及外部参数。实验结果表明,本文提出的算法计算量小,计算精度优于文献^[7-9]。

1 图像坐标转换为大地坐标及其参数问题

建立多个坐标系,通过坐标系之间的转换,实现了图像坐标系下像素坐标与大地坐标系下地面坐标的对应。

1.1 摄像机的四个坐标系

为了定量描述图像坐标系下的像素坐标转换为大地坐标系下地面的坐标,则必然要用到摄像机坐标系之间的转换,则需要建立以下四个坐标系。

(1) 图像坐标系

摄像机采集的图像经图像采集系统转换为数字图像,以大小为 $m \times n$ 的数组形式存储在计算机中,每个数组元素称为一个像素,像素的值即为图像点的灰度。在图像上定义直角坐标系 $(o-uv)$,其中 o 为图像的左上角,坐标 (u,v) 为像素在数组中的列数和行数。

(2) 成像平面坐标系

由于图像坐标系仅表示像素在数组中的列数和行数,不能表示像素在图像中的物理位置,建立以物理单位表示的坐标系 $(o'-xy)$,就是把 $(o-uv)$ 坐标系平移,使得 o 点移动到图像的中心位置 o' 。如果把摄像机的成像平面看作一个屏幕,则摄像机所拍图像是由屏幕上的点一一仿射形成。本文选用的成像平面即屏幕为 $36 \text{ mm} \times 24 \text{ mm}$ 的摄像机。这样就可以求得每个像素点坐标 (u,v) 的中心对应于 x 轴和 y 轴的坐标 (x,y) ;设图像的像素大小为 $m \times n$,则各个像素点的坐标为:

$$\begin{cases} x = \frac{l_1}{n} \left(u - \frac{n}{2} \right) \\ y = \frac{l_2}{m} \left(v - \frac{m}{2} \right) \end{cases} \quad (1)$$

其中 l_1, l_2 分别为屏幕的长与宽。坐标系 $(o'-xy)$ 仅表示特殊的成像平面,没考虑旋转的情形,因此建立普通的坐标系 $(o'-e_1e_2)$, e_1, e_2 相互垂直,如图1所示。则坐标 (x,y) 转化为成像平面 e_1, e_2 坐标系下的坐标为 (x',y') ,有:

$$\begin{cases} x' = x \cos \theta + y \sin \theta \\ y' = y \cos \theta - x \sin \theta \end{cases} \quad (2)$$

(3) 摄像机坐标系

摄像机坐标系如图1所示:以 o' 为坐标系的原点,以 e_1, e_2 为摄像机坐标系的两个坐标轴,以摄像机的光心 g 和 o' 的连线为 e_3 ,则 e_3 与摄像机的成像平面垂直, go' 的长度为摄像机的焦距 r 。

(4) 大地坐标系

摄像机的光心 g 点与其垂直投影到地面上点的连线为 Z 轴,以地面上相互垂直的两个向量分别为大地坐标系的 X 轴、 Y 轴,以 X, Y, Z 三个坐标轴的交点为大地坐标系的原点,如图1所示。

1.2 成像平面坐标系到大地坐标系的转换

设屏幕中心点 o' 在大地坐标系下的坐标为 (x_0, y_0, z_0) ,摄

像机光心坐标 $g = (0, 0, h)$, 屏幕上两个单位方向向量 e_1, e_2 , 设 $e_1 = (a, b, c)'$, 由于 e_1 为单位向量, 则 $a^2 + b^2 + c^2 = 1$, e_3 为摄像机的光心 g 和 o' 的连线, 且 e_3 垂直于成像平面, 则 $e_3 = \left(\frac{-x_0}{r}, \frac{-y_0}{r}, \frac{h-z_0}{r} \right)'$, 其中 $r = \sqrt{x_0^2 + y_0^2 + (z_0 - h)^2}$ 。根据向量叉乘公式, 即可求得:

$$\begin{aligned} e_2 &= e_1 \times e_3 \\ &= \left(\frac{b(h-z_0) + cy_0}{r}, -\frac{a(h-z_0) + cx_0}{r}, \frac{bx_0 - ay_0}{r} \right)' \end{aligned} \quad (3)$$

在摄像机坐标系中, 设 e_1 与 x 轴的夹角为 θ , 则:

$$\cos \theta = \frac{e_1' \cdot (1, 0, 0)'}{|e_1|} \quad (4)$$

把 $e_1 = (a, b, c)'$ 代入式(4)得:

$$\begin{cases} \cos \theta = a \\ \sin \theta = \sqrt{1 - a^2} \end{cases} \quad (5)$$

把式(5)代入式(2)得:

$$\begin{cases} x' = ax + \sqrt{1 - a^2}y \\ y' = ay - \sqrt{1 - a^2}x \end{cases} \quad (6)$$

这样就求出了像素点在 e_1, e_2 成像平面坐标系下的坐标。在摄像机坐标系中, 像素点的坐标为:

$$\begin{cases} x' = ax + \sqrt{1 - a^2}y \\ y' = ay - \sqrt{1 - a^2}x \\ z' = 0 \end{cases} \quad (7)$$

则摄像机坐标系下的坐标转换为大地坐标系下的坐标转化矩阵 A 为:

$$A = [e_1, e_2, e_3] = \begin{bmatrix} a & \frac{b(h-z_0) + cy_0}{r} & \frac{-x_0}{r} \\ b & -\frac{a(h-z_0) + cx_0}{r} & \frac{-y_0}{r} \\ c & \frac{bx_0 - ay_0}{r} & \frac{h-z_0}{r} \end{bmatrix} \quad (8)$$

由图像的像素点在成像平面三维坐标系下的坐标 (x', y', z') , 则转化为大地坐标系下的坐标 (X, Y, Z) 的公式为:

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = A \begin{bmatrix} x' \\ y' \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{bmatrix} \quad (9)$$

$$\begin{cases} X = ax' + \frac{b(h-z_0) + cy_0}{r}y' + x_0 \\ Y = bx' - \frac{a(h-z_0) + cx_0}{r}y' + y_0 \\ Z = cx' + \frac{bx_0 - ay_0}{r}y' + z_0 \end{cases} \quad (10)$$

设屏幕上的各点在大地坐标下的坐标 (X, Y, Z) 映射到地面上各点的坐标为 $(x'', y'', 0)$, 则有空间直线方程:

$$\frac{x'' - 0}{X - 0} = \frac{y'' - 0}{Y - 0} = \frac{0 - h}{Z - h} \quad (11)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x'' = \frac{-hX}{Z - h} \\ y'' = \frac{-hY}{Z - h} \end{cases} \quad (12)$$

将式(10)代入到式(12), 则:

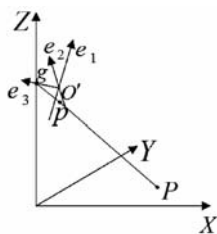


图1 摄像机、大地坐标系

$$\Rightarrow \begin{cases} x'' = \frac{-h \left[ax' + \frac{b(h-z_0) + cy_0}{r} y' + x_0 \right]}{cx' + \frac{bx_0 - ay_0}{r} y' + z_0 - h} \\ y'' = \frac{-h \left[bx' - \frac{a(h-z_0) + cx_0}{r} y' + y_0 \right]}{cx' + \frac{bx_0 - ay_0}{r} y' + z_0 - h} \end{cases} \quad (13)$$

这样经过式(1)一式(13),将图像上的像素点坐标 (u, v) 转换成大地坐标系下地面上的坐标 (x'', y'') ,实现了像素点与地面点的一一对应。

由于 x', y' 的值可以有式(1)一式(7)求得,且 x', y' 只含有参数 a 。式(13)的参数有 $a, b, c, x_0, y_0, z_0, h, r$,有 $a^2 + b^2 + c^2 = 1$,则 $c = \sqrt{1 - a^2 - b^2}$;有 $x_0^2 + y_0^2 + (h - z_0)^2 = r^2$,则:

$z_0 = h - \sqrt{r^2 - x_0^2 - y_0^2}$,因此,对摄像机进行标定的问题,就转化为求解 a, b, x_0, y_0, h, r 这6个参数的问题,并且列出了参数的一些约束条件:① $\begin{cases} 0 < a < 1 \\ 0 < b < 1 \end{cases}$,② $\begin{cases} 0 < x_0 < r \\ 0 < y_0 < r \end{cases}$,对于 h, r 还需要

根据实际情形进行约束。由于只涉及到对以上6个参数进行求解,这样就使得参数的设置比较少,更有利于方便快捷地计算以及精度的提高。

2 参数确定

2.1 解决参数的方案

由图像上像素点坐标转换为大地坐标系地面坐标,通过以上公式得以实现,为了确定相关参数,很多学者使用各种基于平面模板的标定方法^[10-12],普遍做法是张正友的平面标定法^[13],即在地面上放一个平面模板(如类似

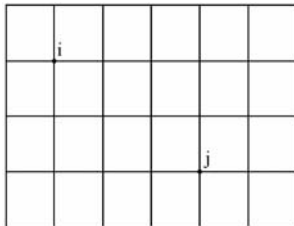


图2 方格模板

国际象棋棋盘),测量出棋盘上的特征点在地面上的坐标,根据公式列出多元高维的方程组,通过求解方程组来确定参数,然而求解方程组非常困难。又由于大地坐标系的 X 轴、 Y 轴方向未知,则大地坐标系的原点无法确定,棋盘上的特征点在地面上的坐标值也就无法测出,基于以上两方面,本文没有直接给出模板上的特征点在地面上的坐标值,而是给出了特征点 i, j 之间的实际距离 $d_{(i,j)}$,如图2所示。通过图像自动检测出特征点的像素坐标,在利用式(1)、式(6)、式(13)得到其对应的大地坐标,进而求出特征点 i, j 之间的理论距离 $D_{(i,j)}$,由于模板上特征点间的实际距离 $d_{(i,j)}$ 是已知,利用最小二乘法,将求参数的问题就转化为求目标函数最小值的问题,目标函数公式为:

$$F = \sum_{i=j+1}^n \sum_{j=1}^{n-1} \frac{|D_{(i,j)} - d_{(i,j)}|}{d_{(i,j)}} \quad (14)$$

其中 $D_{(i,j)} = \sqrt{(x''_i - x''_j)^2 + (y''_i - y''_j)^2}$, $(i = j + 1, j + 2, \dots, n; j = 1, 2, \dots, n - 1)$; $(x''_i, y''_i), (x''_j, y''_j)$ 分别为经过公式求得的特征点 i, j 对应的大地坐标; n 为特征点的个数;这样,确定参数的问题就转化为求目标函数 F 的最小值问题,以下给出优化模型的求解算法。

2.2 模型求解

将采用粒子群算法对上述的优化问题进行求解。粒子群算

法(PSO)^[14-18]是模拟鸟类捕食行为的全局优化算法。通过给出一群随机粒子,经迭代找到最优解。

令 PSO 初始化为一群随机粒子,在每次迭代中,粒子通过跟踪两个“极值”来更新自己:一个是粒子本身所找到的最优解个体极值点(用 $pbest$ 表示其位置),另一个极值点是整个种群目前找到的最优解,称为全局极值点(用 $gbest$ 表示其位置),找到两者后,粒子根据式(15)、式(16)来更新自己的速度和位置^[19]。粒子 i 的信息可以用 s 维向量表示, s 代表 F 参数的个数,即 $s = 6$ 。位置和速度 X_i, V_i 按照以下两式更新:

$$v_{is}^{k+1} = v_{is}^k + c_1 \times rand_1^k \times (pbset_{is}^k - x_{is}^k) + c_2 \times rand_2^k \times (gbset_s^k - x_{is}^k) \quad (15)$$

$$x_{is}^{k+1} = x_{is}^k + v_{is}^{k+1} \quad (16)$$

其中, v_{is}^k 是粒子 i 在第 k 次迭代中第 s 维的速度; c_1, c_2 是学习因子,常取 $c_1 = c_2 = 2$; $rand_1, rand_2$ 是 $[0, 1]$ 之间的随机数; x_{is}^k 是粒子 i 在第 k 次迭代中第 s 维的当前位置; $pbset_{is}$ 是粒子 i 在第 s 维的个体极值点的位置; $gbset_s$ 是整个群在第 s 维的全局极值点的位置。

基本 PSO 的流程可以简要描述为:种群随机初始化;评价粒子的优劣;计算出粒子的适应度函数值进行评价;根据式(15)和式(16)对每一个粒子的速度和位置进行更新。检验是否满足函数 F 的结束条件,若满足则停止迭代,若不满足,继续循环。直到达到最小误差要求。

知道以上粒子群算法的过程,未知参数的范围,求得目标函数 F ,则借 Matlab 来编写程序求出 F 最小值及其参数的值。

3 仿真实验

拍摄的目标为黑白交替的方格纸张,每个黑、白方格都是边长为2厘米的正方形,在拍摄之前对摄像机进行固定,保证摄像机的内外参数不变,这样做是为了用在相同条件下拍到的第二幅图片来验证由第一幅图片所求参数的准确性,用固定的摄像机拍摄两张纸,拍摄到的图像如图3、图4所示。

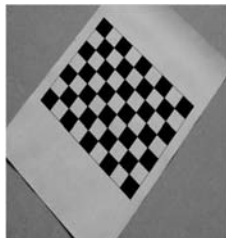


图3 图像1

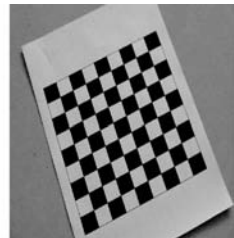


图4 图像2

由以上两图可以看出,两张图像所用方格子数目不同,从而图像边框提取的特征点个数不同(由于整幅图像特征点过多导致计算量太大,这里只提取图像边框特征点)。使用画图工具找出了两图像边缘特征点像素坐标如图5、图6所示。

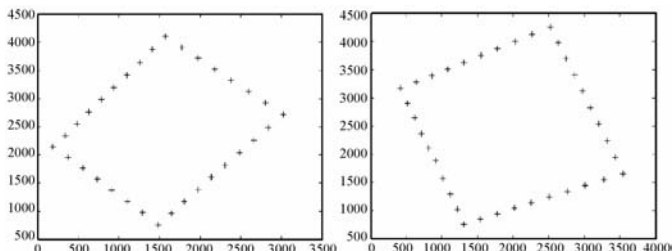


图5 图像1特征点像素坐标

图6 图像2特征点像素坐标

图5中32个特征点的像素坐标,及特征点间的实际距离,得到优化模型式(14)。利用粒子群算法对优化模型进行计算时,设置种群大小为500,粒子个数为50,每个粒子的维数为6维,即参数的个数,取 $w=1$,两个学习因子大小设置为 $c_1=c_2=2$ 。计算结果如下: $F=9.9128$,返回的参数值如表1所示。

表1 实验结果(单位:cm)

| 参数 | a | b | x_0 | y_0 | h | r |
|----|------|------|-------|-------|-------|------|
| 值 | 0.24 | 0.96 | 0.89 | 1.94 | 30.08 | 3.41 |

图5共有32个特征点,则有 $C_{32}^2=496$ 条不同的边,其相应

的平均相对误差 $\frac{\Delta}{L} = \frac{\sqrt{\frac{F}{496}}}{\sum_{\substack{32 \geq i > j \geq 1 \\ 496}} d_{(i,j)}} = \frac{0.1414}{12.53428} \approx 0.0112$,其中 Δ

代表每条边的理论距离与其实际距离的平均差值, L 代表实际每条边的平均距离。

而如果用最小二乘的方法作为目标函数^[7-9],即 $F = \sum_{i=j+1}^n \sum_{j=1}^{n-1} (D_{(i,j)} - d_{(i,j)})^2$,按照以上的步骤算出的 $\frac{\Delta}{L} \approx 0.016$,由对比得出相对误差的方法提高了精确度,并且在粒子群运算的过程中提高了运算的速度。

下面用图6中特征点像素坐标来验证图5所求参数的精确性,因为拍摄图像2时,摄像机的参数没有变化,故将图6中的36个特征点转化为大地地面坐标,求出其相应的目标函数 F ,将图6中所得到的参数值代入 F 中所得到的值为 $F=15.0101$,图6中共有36个特征点,则有 $C_{36}^2=630$ 条不同的边,其相应的平均相对误差为 $\frac{\Delta}{L} \approx 0.0113$ 。

把所求参数值代入到式(1)、式(6)和式(13)求解,则照片一、照片二的特征点对应的大地坐标系地面坐标如图7、图8所示(单位是厘米)。可见,这些特征点地面坐标的计算值和实际分布位置完全一致。

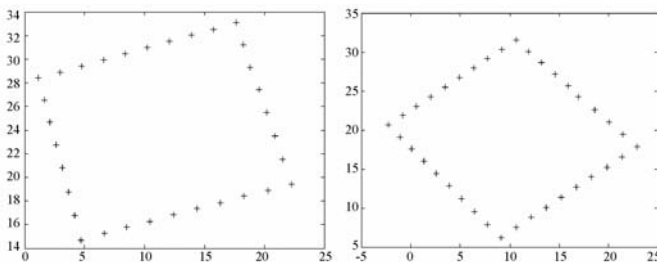


图7 图像1特征点地面上的坐标值

图8 图像2特征点地面上的坐标值

4 结语

本文所采用的粒子群算法进行摄像机自标定,只需从一幅图像来标定其坐标系,算出摄像机内外参数,因此简化了计算过程。此外,对于序列图像,本文还可以推广应用到内参数发生变化的情况下的自标定,是一种切实可行的自标定方法。这种方法也可以应用于固定摄像机拍摄的视频,先取视频几幅帧图片,确定出摄像机的参数,已知其余帧图像上的像素点坐标,只需代入公式就可以求出大地坐标系下的实际坐标,此方法快速、方便、易实现。

本文的工作主要体现在以下几方面,利用摄像机最基本的参数,通过几何关系建立了几个坐标系之间的对应关系;以相对误差绝对值最小为目标,建立优化模型,将参数确定问题转化为优化问题,与现有文献相比提高了优化精度;采用了粒子群算法对优化问题进行求解;设计了实验方案,利用数值实验求出了摄像机参数。

尽管计算结果的精度得到了改善,但尚没有考虑摄像机镜面的非线性形变,所以还存在一定的误差,为此,将做进一步探索。

参 考 文 献

- [1] Khunnam W. Self-calibration in a fiber optic sensing system using the walk-off compensation[J]. *Optik-International Journal for Light and Electron Optics*, 2010, 121(14): 1309-1312.
- [2] 蔡健荣,赵杰文. 双目立体视觉系统摄像机标定[J]. *江苏大学学报:自然科学版*, 2006, 27(1): 6-9.
- [3] Rongfu Tang, Dieter Fritsch. Correlation Analysis of Camera Self-Calibration in Close Range Photogrammetry [J]. *Photogram Rec*, 2013, 28(141): 86-95.
- [4] Tang Zhongwei, Grompone von Gioi Rafael, Monasse Pascal, et al. High-precision camera distortion measurements with a "calibration harp" [J]. *Journal of the Optical Society of America. A, Optics, image science, and vision*, 2012, 29(10): 2134-2143.
- [5] Yazay Eminaga, Martin Brischwein, Joachim Wiest, et al. Self calibration of a planar dissolved oxygen sensor [J]. *Sensors & Actuators: B. Chemical*, 2012, 177: 785-791.
- [6] 李仕雄,张奇志. 摄像机参数标定实验的设计与实现[J]. *微计算机信息*, 2007, 23(9): 242-243.
- [7] 邵晶,翟为刚,谭力宁. 最小二乘法的摄像机标定[J]. *图形图像*, 2013(8): 24-28.
- [8] 赵越,江南. 基于最小二乘法的摄像机标定参数非线性优化[J]. *仪器仪表学报*, 2011, 6(32): 212-214.
- [9] 郭秋艳,刘鹏飞,安平,等. 基于遗传算法的摄像机自标定方法[J]. *中国图象图形学报*, 2006(11): 1712-1715.
- [10] 王晓华,傅卫平. 一种改进的摄像机标定方法[J]. *东北林业大学学报*, 2007, 35(6): 51-53.
- [11] Cen Ming, Liu Qian, Yan Yi. OPC (OLE for Process Control) based Calibration System for Embedded Controller [J]. *Journal of Software*, 2012, 7(12): 2866-2873.
- [12] Suchat S, Khunnam W, PP Yupapin. Self calibration in a fiber optic sensing system using the entangled photon states walk-off compensation [J]. *Measurement*, 2009, 42(8): 1263-1267.
- [13] Zhang Z Y. A flexible new technique for camera calibration [J]. *IEEE Transaction on pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2000, 22(11): 1330-1334.
- [14] Pinar Civicioglu, Erkan Besdok. A conceptual comparison of the Cuckoo-search, particle swarm optimization, differential evolution and artificial bee colony algorithms [J]. *Artificial Intelligence Review*, 2013, 39(4): 315-346.
- [15] Fei Kang. Damage detection based on improved particle swarm optimization using vibration data [J]. *Applied Soft Computing Journal*, 2012, 12(8): 2329-2335.
- [16] Horng Lin Shieh. Modified particle swarm optimization algorithm with simulated annealing behavior and its numerical verification [J]. *Applied Mathematics and Computation*, 2011, 218(8): 4365-4383.

表1 38组对比实验

| ID | V_{2stg} | V_C | ID | V_{2stg} | V_C |
|-------|------------|--------|--------|------------|--------|
| HH | 10 689 | 12 381 | STS4s | 9481 | 9552 |
| 2 | 2535 | 3445 | OF1 | 2713 | 2948 |
| 3 | 1740 | 1740 | OF2 | 2522 | 2673 |
| A1 | 1820 | 2000 | W | 2623 | 2997 |
| A2 | 2315 | 2445 | CHL1s | 13 036 | 14 923 |
| STS2 | 4620 | 4490 | CHL2s | 3198 | 3289 |
| STS4 | 9468 | 9582 | A3 | 5403 | 5618 |
| CHL1 | 8360 | 9868 | A4 | 5905 | 6844 |
| CHL2 | 2235 | 2429 | A5 | 12 553 | 14 923 |
| CW1 | 6402 | 6433 | CHL5 | 363 | 366 |
| CW2 | 5354 | 5618 | CHL6 | 165 723 | 18 639 |
| CW3 | 5689 | 4748 | CHL7 | 16 728 | 17 207 |
| Hch12 | 9630 | 9717 | CU1 | 12 312 | 15 672 |
| Hch19 | 5100 | 5410 | CU2 | 26 100 | 30 078 |
| 2s | 2450 | 3331 | Hch13s | 11 961 | 14 548 |
| 3s | 2623 | 2721 | Hch14s | 11 408 | 12 423 |
| A1s | 2950 | 3201 | Hch16s | 60 170 | 60 051 |
| A2s | 3451 | 3872 | Hch1s | 62 845 | 63 205 |
| STS2s | 4625 | 4813 | Hch18s | 791 | 702 |

3.2 第二组实验结果

实验数据选取文献[6]中的第三组。毛坯的种类 $m \in [100,200]$, 板材的长度 $L \in [2000,4000]$, 板材宽度 $W \in [2000,4000]$, 毛坯长度 $l_i \in [0.05L,0.5L]$, 毛坯宽度 $w_i \in [0.05W,0.5W]$, 毛坯价值 $c = pl_iw_i, p \in [0.25,0.75]$ 。表2是关于本文的算法以及文献[6]中算法的对比实验,其中 V_1 是本文算法的排样价值, V_2 是文献[6]中的算法的排样价值。

表2 大规模数据对比

| ID | V_1 | V_2 | $\frac{V_1}{V_2}$ |
|-----|------------|------------|-------------------|
| 1 | 3 030 903 | 2 796 341 | 108.4% |
| 2 | 8 289 937 | 7 554 016 | 109.7% |
| 3 | 7 134 023 | 7 188 298 | 99.2% |
| 4 | 7 831 738 | 6 112 431 | 128.1% |
| 5 | 5 566 234 | 5 458 824 | 102.0% |
| 6 | 6 060 351 | 5 435 976 | 111.5% |
| 7 | 8 766 480 | 8 738 743 | 100.3% |
| 8 | 8 750 975 | 7 439 056 | 117.5% |
| 9 | 6 930 434 | 5 639 688 | 122.9% |
| 10 | 7 210 145 | 5 840 237 | 123.5% |
| 11 | 3 651 184 | 3 352 666 | 108.9% |
| 12 | 11 272 996 | 10 228 716 | 110.2% |
| 13 | 9 517 782 | 8 534 757 | 111.5% |
| 14 | 4 293 076 | 3 559 167 | 120.6% |
| 15 | 5 489 557 | 5 143 242 | 106.7% |
| 16 | 7 882 487 | 7 003 575 | 112.5% |
| 17 | 7 121 436 | 6 111 319 | 116.5% |
| 18 | 8 309 483 | 7 314 404 | 113.5% |
| 19 | 9 370 255 | 8 735 265 | 107.3% |
| 20 | 6 727 163 | 6 135 242 | 109.6% |
| 平均值 | 7 160 332 | 6 416 098 | 112.0% |

在20组实验对比中,有18组 V_1 优于 V_2 , 平均有12%的提高,由此证明本文算法能够提高板材的利用价值。

4 结语

本文提出了一种多阶段矩形板材排样算法。算法使用普通条带,引入贪婪策略与分支限界技术提高算法效率。实验结果显示,运用本文算法解决毛坯种类较多、板材价值较高的剪裁问题能得到较好收益。未来研究是进一步降低切割复杂度^[14]。

参考文献

[1] 崔耀东. 计算机排样及应用[M]. 北京:机械工业出版社,2004.

[2] Mhand Hifi, Roucaïrol C. Approximate and Exact Algorithms for constrained (un) weighted Two-dimensional Two-staged cutting stock Problems [J]. Journal of Combinatorial optimization, 2001, 20: 212-221.

[3] Mhand Hifi, Rym M'Hallah. Strip generation algorithm for constrained two-dimensional two-staged cutting problems [J]. European Journal of Operational Research, 2006, 172: 515-527.

[4] Cui Yaodong, Huang Baixiong. Heuristic for constrained T-shape cutting patterns of rectangular pieces [J]. Computers & Operational Research, 2012, 39: 3031-3029.

[5] Andreas Boetfeldt. A genetic algorithm for the two-dimensional strip packing problem with rectangular pieces [J]. European Journal of Operational Research, 2006, 172: 814-837.

[6] Cui Yaodong, Zhao Xinfang, Yang Ying, et al. Uniform Block Patterns for Constrained Guillotine Cutting of Rectangular Items [J]. International Journal of Information and Management Sciences, 2009, 20: 89-101.

[7] 罗丹, 崔耀东, 李秋荣. 生成匀质块排样方式的递推算法 [J]. 计算机工程与设计, 2013, 34(3): 1112-1115.

[8] 孟朝霞, 杨玉丽, 崔耀东. 改进的矩形毛坯三块排样方式及其算法 [J]. 计算机应用与软件, 2009, 26(7): 26-27.

[9] 黄少丽, 杨剑, 侯桂玉, 等. 解决二维下料问题的顺序启发式算法 [J]. 计算机工程与应用, 2011, 47(13): 234-237.

[10] ALine M Del Valle, Thiago A de Queiroz. Heuristics for two-dimensional knapsack and cutting stock problems with items of irregular shape [J]. Expert System with Applications, 2012, 39: 12589-12598.

[11] Yaodong Cui, Yuli Yang. A recursive branch-and-bound algorithm for constrained homogenous T-shape cutting patterns [J]. Mathematical and Computer Modelling, 2011, 54: 1320-1333.

[12] Yaodong Cui. A new dynamic programming procedure for three-staged cutting patterns [J]. J Glob Optim, 2013(55): 349-357.

[13] Francois Clautiaux, Antoine Jougllet. A New Graph-Theoretical Model for the Guillotine-Cutting Problem [J]. Journal for Computing, 2013, 25(1): 72-86.

[14] 李秋荣, 崔耀东, 罗丹. 考虑切割的T形排样算法 [J]. 计算机应用与软件, 2013, 30(3): 28-32.

(上接第219页)

[17] 张利彪, 周春光, 刘小华, 等. 粒子群算法在求解优化问题中的应用 [J]. 吉林大学学报:信息科学版, 2005, 23(4): 385-389.

[18] Shao Liangshan, Bai Yuan, Qiu Yunfei, et al. Particle Swarm Optimization Algorithm Based on Semantic Relations and Its Engineering Applications Systems [J]. Engineering Procedia, 2012(5): 222-227.

[19] 杨维, 李歧强. 粒子群优化算法综述 [J]. 中国工程科学, 2004, 6(5): 87-94.