基于离散粒子群优化算法的含权旅行商问题新解法

钱 真 坤
（四川文理学院后勤服务处　四川 达州 635000）

摘　要　考虑现有旅行商问题常忽略车辆载重对运输费用的影响，建立含权旅行商问题模型。在分析含权旅行商问题性质的基础上，提出离散粒子群优化算法求解含权旅行商问题。重新定义问题域的粒子速度、粒子位置等运算规则，引入惯性系数线性下降策略。实验表明，该算法可以有效用于含权旅行商问题的求解，并且对含权旅行商问题的求解性能优于遗传算法和模拟退火算法。

关键词　旅行商问题　离散粒子群算法　货物权重　路径规划

中图分类号　TP391　　**文献标识码**　A　　DOI：10.3969/j.issn.1000-386x.2019.01.023

A NEW METHOD OF WEIGHTED TRAVELING SALESMAN PROBLEM BASED ON DISCRETE PARTICLE SWARM OPTIMIZATION

Qian Zhenkun
(*Logistics Service*, *Sichuan University of Arts and Science*, *Dazhou 635000*, *Sichuan*, *China*)

Abstract　Considering that the existing traveling salesman problem often neglected the influence of vehicle load on transportation cost, this paper established a weighted traveling salesman problem model. Based on the analysis of the weighted traveling salesman problem, a discrete particle swarm optimization was proposed to solve this problem. We redefined the computing rules of particle velocity and particle position in the problem domain, and introduced the strategy of inertial coefficient linear decline. Experiments show that the discrete particle swarm optimization can effectively solve the weighted traveling salesman problem. And the performance of solving traveling salesman problem is better than that of genetic algorithm and simulated annealing algorithm.

Keywords　Traveling salesman problem　Discrete particle swarm optimization　Cargo weight　Path planning

0　引　言

车辆路径问题[1-2]是指在一定的约束条件下，对一系列的发货点（收货点）组成适当的行车路径，使车辆通过时达到如路程最短、时间最短等目标，具有极强的实际应用意义，在管理、物流等领域发挥了极大的作用。

目前，国内外的学者针对车辆路径问题的不同因素提出了各种不同的解决方案[4]，在这些算法模型中，大多以车辆行驶距离或时间作为运输成本的衡量依据，很少考虑货物载重的影响。然而现实中车辆行驶过程中产生的费用不仅与行驶距离有关，而且很大程度上受车载货物重量的影响。文献[3,5]中将运输费用分为与距离相关的费用和与运量相关的费用两部分，提出了带货物权重的车辆路径问题模型，是对车辆路径问题的新的拓展。文献[3]使用基于划分的遗传算法对旅行商问题求解，需要用到遗传算法的交叉和变异，有许多参数需要调整。而本文的离散粒子群优化算法对含权旅行商问题的求解通过迭代搜寻最优解，简单、易于实现，不需要进行过多参数的调整。文献[5]基于划分的蚁群算法来实现车辆路径问题，存在过早陷入局部最优解和收敛性较差等缺点。本文方法具有快速收敛到全局最优解的能力，且使种群能够保持一定的多样性，避免了早熟收敛。

针对车辆路径问题的求解，近年来出现了诸如遗

收稿日期：2018－07－06。四川省教育厅科研项目（18ZB0511）。**钱真坤**，实验师，主研领域：计算机应用技术。

传算法 GA(Genetic Algorithm)[5-6],蚁群优化算法[7]、模拟退火算法[8]、粒子群优化算法[9]等多种算法,并取得了较好的效果。其中粒子群优化算法,因具有个体少、计算简单和鲁棒性好等优点,引起了广泛关注并得到了快速发展,其应用范围也由最初的连续问题求解,迅速推广到离散化问题中[10]。

旅行商问题是车辆路径问题的一个特例,本文以旅行商问题为研究对象,在考虑运输费用与行驶路程的关系的同时,增加货物载重对运输费用影响,建立带货物权重的旅行商问题模型,并通过粒子群优化算法来解决该问题。

1 带货物权重的旅行商问题建模

1.1 含权旅行商问题描述

经典旅行商问题描述为:给定 n 个城市及两两城市之间的距离,求一条经过各城市一次且仅一次的最短路线[11]。除运输距离和运输时间外,车辆载重也是影响运输成本的重要因素。假设车辆行驶过程中保持匀速前进,途中各处道路状况相同且无坡度,那么车辆的油耗主要受行驶距离和车辆重量两个因素影响,即运行费用与行驶距离成正比,与车辆重量成正比。

含权旅行商问题可以描述为:一个分销中心(记为0)向 n 个零售商(分别记为 $1,2,\cdots,n$)供应某种货物。零售商 i 的货物需求量记为 $Q_i(i=1,2,\cdots,n)$;分销中心以及各零售商两两间的距离用 d_{ij} 表示,且 $d_{ij}=dis(i,j)(i,j=0,1,\cdots,n)$,$dis(\cdot,\cdot)$ 为空间距离函数;用载货能力充足的运输车辆从分销中心 0 出发,完成 n 个零售商的多点运输并返回出发地,求运输费用最小的行驶路径。问题中的运输费用与行驶距离和运输过程中的货物载重相关。

1.2 含权旅行商问题的数学模型

车辆从零售商 i 到零售商 j 所产生的费用 C_{ij} 与 i、j 两个零售商之间距离成正比,与车辆在 i、j 两地之间行驶过程中的总重量成正比,公式如下:

$$C_{ij}=a_{ij}\times d_{ij}\times(W+W_{ij}) \tag{1}$$

式中:a_{ij} 为零售商 i、j 之间的单位费用系数,d_{ij} 为城市 i 到城市 j 的距离,W 为车辆的自身重量,W_{ij} 为车辆在 i、j 两城市之间行驶时的载货量。

基于以上分析,带货物权重的旅行商问题含权旅行商问题可以描述为以下数学模型:

$$\min C=\sum_{i=0}^{n}\sum_{j=0}^{n}C_{ij}x_{ij} \tag{2}$$

$$\sum_{j=0}^{n}x_{ij}=1\quad i=1,2,\cdots,n \tag{3}$$

$$\sum_{i=0}^{n}x_{ij}=1\quad j=1,2,\cdots,n \tag{4}$$

式中:C_{ij} 为车辆从城市 i 到 j 的费用,x_{ij} 为决策变量,当车辆从零售商 i 到 j 时 $x_{ij}=1$,否则 $x_{ij}=0$,从而形成约束条件,保证每个零售商只被访问一次。目标函数式(2)为最小化运行总费用,即使各阶段费用之和最小。由式(1)-式(2),可以得到展开的目标函数:

$$\min C=\sum_{i=0}^{n}\sum_{j=0}^{n}a_{ij}\times d_{ij}\times(W+W_{ij})\times x_{ij} \tag{5}$$

记车辆到达和离开零售商 i 时的载货量分别表示为 W_{in}^{i} 和 W_{out}^{i},则零售商 i 的货物需求量 Q_i 为:

$$Q_i=W_{\text{in}}^{i}-W_{\text{out}}^{i}\quad i=1,2,\cdots,n \tag{6}$$

由于分销中心 0 是整个行程的出发地和返回地,则有:

$$W_{\text{in}}^{0}=0\quad W_{\text{out}}^{0}=\sum_{i=1}^{n}Q_i \tag{7}$$

若不考虑途中货物损耗,则对零售商 i 和零售商 j,$i,j=0,1,\cdots,n$,有以下关系:

$$W_{ij}=\begin{cases}W_{\text{out}}^{i}(=W_{\text{in}}^{j}) & x_{ij}=1\\ 0 & x_{ij}=0\end{cases} \tag{8}$$

2 算法设计

2.1 粒子群优化算法

粒子群优化算法一种基于迭代的优化算法。算法中每个粒子根据自身和群体的经验,在问题空间中不断调整自己的位置来获得更优的解。其中,粒子对自身速度和位置的调整分别通过如下公式来实现:

$$v_i(t+1)=wv_i(t)+c_1r_1(p_i(t)-x_i(t))+c_2r_2(p_g(t)-x_i(t)) \tag{9}$$

$$x_i(t+1)=x_i(t)+v_i(t+1) \tag{10}$$

式中:v_i 表示粒子的速度,x_i 表示粒子的位置;w 为防止算法早熟收敛的惯性系数;c_1 和 c_2 为加速度系数,用来调节个体最好粒子和全局最好粒子的飞行最大步长;r_1 和 r_2 为随机数,且 $r_1,r_2\in[0,1]$;p_i 为每个粒子自身经历的最优位置;p_g 是整个粒子群经历过的最优位置。为了保证粒子有约一半时间能够飞跃目标位置,加速度常数取值为 $c_1=c_2=2$。粒子初始速度通常取其初始位置。

2.2 离散粒子群优化算法

Clerc[12] 提出离散粒子群优化建立的关键是为问

题域定义相应的运算规则。包括:粒子的位置和速度的表示、位置的减法、速度的加法、速度的数乘、粒子的移动等。

针对旅行商问题的实现,Clerc 提出了一个具体的算法,即把位置定义为 N 个城市的排列,由于速度的作用是改变粒子的位置,因此将速度定义为一个交换列表,列表中的每个交换表示交换排列的两个城市。具体可以解释为:

(1) 粒子位置和粒子速度　用一个由分销中心和零售商的编号(0 至 n)组成的 $n+1$ 维向量表示粒子的位置 $\boldsymbol{X}$。$\boldsymbol{X}$ 中的第 i 维表示车辆到达的第 i 个零售商的位置,其中第 $n+1$ 维对应分销中心,值为 0。粒子的位置 $\boldsymbol{X}$ 表示了一次周游的路径:

$$\boldsymbol{X}=(x_1,x_2,\cdots,x_i,\cdots,x_n,0) \tag{11}$$

式中:$x_i=1,2,\cdots,n,i=1,2,\cdots,n$。

粒子的速度 $\boldsymbol{V}$ 同样可以表示成一个 $n+1$ 维向量,如下所示:

$$\boldsymbol{V}=(v_1,v_2,\cdots,v_i,\cdots,v_{n+1}) \tag{12}$$

式中:$\boldsymbol{V}$ 的维度 i 表示粒子的出发地。若 $v_i=0$,则表示在某个位置,该速度将对该维度上的数据不产生影响。

(2) 微粒速度和微粒位置相加　微粒位置的移动通过对微粒位置与微粒速度实施加法运算实现,表示为:

$$\boldsymbol{X}=\boldsymbol{X}+\boldsymbol{V} \tag{13}$$

当 $\|\boldsymbol{V}\|=0$ 时,速度为空,粒子位置不变。

(3) 位置的减法　两个位置 $\boldsymbol{X}_1$ 和 $\boldsymbol{X}_2$ 相减,得到速度 $\boldsymbol{V}$,表示为:

$$\boldsymbol{V}=\boldsymbol{X}_1-\boldsymbol{X}_2 \tag{14}$$

式(14)表示如果把粒子的速度 $\boldsymbol{V}$ 作用在位置 $\boldsymbol{X}_2$ 上,则将得到位置 $\boldsymbol{X}_1$。由此可知,式(14)中的粒子速度 $\boldsymbol{V}$ 满足以下条件:

若 $\boldsymbol{X}_1=\boldsymbol{X}_2$,则 $\boldsymbol{V}=\phi$。

(4) 速度的加法　粒子的两个速度相加,得到新的速度,表示为:

$$\boldsymbol{V}=\boldsymbol{V}_1+\boldsymbol{V}_2 \tag{15}$$

v_i 可以定义为:

$$v_i=\begin{cases}v_{2,i} & v_{2,i}\neq 0\\ v_{1,i} & \text{others}\end{cases} \tag{16}$$

$\boldsymbol{V}_1+\boldsymbol{V}_2$ 中的交换序由 $\boldsymbol{V}_1$ 和 $\boldsymbol{V}_2$ 中交换序列连接而成。不一定有 $\boldsymbol{V}_1+\boldsymbol{V}_2=\boldsymbol{V}_2+\boldsymbol{V}_1$ 成立。

(5) 速度的数乘　粒子速度的数乘定义为:

$$\boldsymbol{V}'=c\cdot\boldsymbol{V} \tag{17}$$

式中:c 为常数。根据 c 的不同取值有以下情况:

若 $c=0$,则 $c\cdot\boldsymbol{V}=\varnothing$;

对 $v_{1,i}$,将其乘以系数 $r(r\in[0,1])$ 以求取 $v_{2,i}$,此时有:

$$v_{2,i}=\begin{cases}v_{1,i} & r<c\\ 0 & \text{others}\end{cases} \tag{18}$$

(6) 粒子运动方程　基于上述对微粒位置、微粒速度、运动特性等的分析,在离散粒子群优化中将粒子更新公式转化为以下形式:

$$\boldsymbol{V}_{t+1}=w\cdot\boldsymbol{V}_t+c_1\cdot(\boldsymbol{P}_{i,t}-\boldsymbol{X}_t)+c_2\cdot(\boldsymbol{P}_{g,t}-\boldsymbol{X}_t) \tag{19}$$

$$\boldsymbol{X}_{t+1}=\boldsymbol{X}_t+\boldsymbol{V}_{t+1} \tag{20}$$

式中:$\boldsymbol{P}_i$ 为粒子个体 i 经过的最优位置;$\boldsymbol{P}_g$ 是整个种群经历的最优位置。为提高算法的搜索性能,对惯性系数 w 采用随迭代次数线性递减的调整策略,搜索初期时,为提高全局搜索能力,w 取一个较大的值;而搜索后期时,更强调局部搜索能力,因此赋予 w 较小的值。对于惯性系数 w,可将其表示为:

$$w(t)=w_{\max}-(w_{\max}-w_{\min})t/T \tag{21}$$

2.3　算法实现

离散粒子群优化算法的实现过程如图 1 所示。

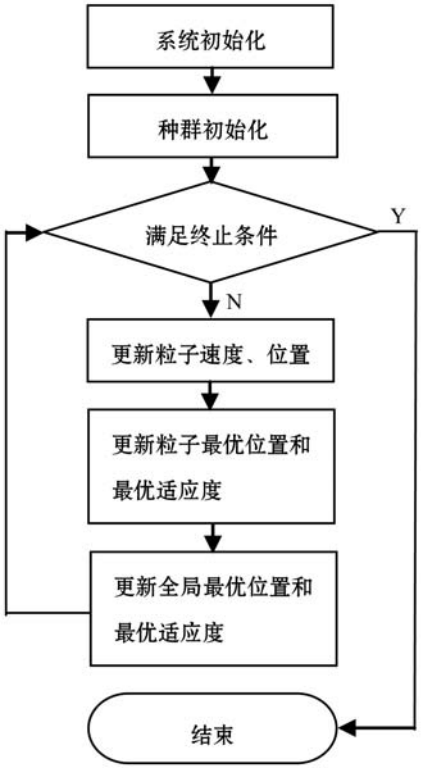


图 1　算法流程图

3　实验与分析

为了验证离散粒子群优化算法求解旅行商问题的有效性和货物权重对含权旅行商问题中运输费用的影响,本文以国际标准测试库旅行商问题 LIB95 中的

burma14 问题为例,并且对 burma14 问题做以下假设:问题中城市 1 为分销中心,其余 13 个城市为零售商,零售商位置和需求量如表 1 所示。14 个城市的位置用地理坐标(纬度和经度)表示,城市之间距离为地理距离,各城市需求量取[0,5]范围内均匀分布的精度为 0.5 的随机数。各城市之间单位费用系数 a 取各段之间的平均值 20,运输用车选取载重能力为 35 的货车,车辆自身重量为 16。

表 1 burma14 问题中城市的坐标和需求量

城市	1	2	3	4	5	6	7
纬度	16°47′	16°47′	20°09′	22°39′	25°23′	22°00′	20°47′
经度	96°10′	94°44′	92°54′	93°37′	97°24′	96°05′	97°02′
需求量	(32)	2	3.5	1	2.5	0.5	3
城市	8	9	10	11	12	13	14
纬度	17°20′	16°30′	14°05′	16°53′	21°52′	19°41′	20°09′
经度	96°29′	97°38′	98°12′	97°38′	95°59′	97°13′	94°55′
需求量	1	4.5	4	2.5	4	1.5	2

3.1 离散粒子群优化算法有效性

本部分实验分别用遗传算法(GA)、模拟退火算法(SA)和本文给出的离散粒子群优化算法求解标准 burma14 的旅行商问题,通过结果对比验证离散粒子群优化的有效性。

实验中对比算法 GA 的参数设置为:种群规模 $s_{size}=20$;迭代次数 $T=200$;父代选择比例 $\mu=50\%$;子代选择比例 $\lambda=50\%$;交叉概率 $P_c=0.95$;变异概率 $P_m=0.05$。对比算法 SA 的参数设置为:控制参数 $T=0.5$;衰减函数 $\alpha=0.95$;MAPKOB 链的长度 $L=100n$(n 表示城市数)。离散粒子群优化算法参数设置如下:种群规模 $s_{size}=20$;迭代次数 $T=200$;惯性系数的最大和最小取值分别为 $w_{max}=1$、$w_{min}=0$。为保证结果的可靠性,每次实验中算法独立运行 23 次($K=25$)。

表 2 不同算法的比较

对比项	算法		
	GA	SA	离散粒子群优化
第 1 次	3 506 m	3 336 m	3 371 m
第 2 次	3 336 m	3 621 m	3 710 m
第 3 次	3 490 m	3 851 m	3 461 m
第 4 次	3 669 m	3 336 m	3 346 m
第 5 次	3 381 m	3 562 m	3 346 m
第 6 次	3 446 m	3 484 m	3 323 m
第 7 次	3 617 m	3 346 m	3 553 m
第 8 次	3 575 m	3 969 m	3 496 m

续表 2

对比项	算法		
	GA	SA	离散粒子群优化
第 9 次	3 403 m	3 594 m	3 496 m
第 10 次	3 781 m	3 639 m	3 323 m
第 11 次	3 574 m	3 680 m	3 336 m
第 12 次	3 542 m	3 786 m	3 461 m
第 13 次	3 442 m	3 756 m	3 371 m
第 14 次	3 436 m	3 793 m	3 336 m
第 15 次	3 675 m	4 201 m	3 323 m
第 16 次	3 323 m	4 207 m	3 323 m
第 17 次	3 336 m	3 336 m	3 371 m
第 18 次	3 506 m	3 461 m	3 323 m
第 19 次	3 336 m	3 346 m	3 461 m
第 20 次	3 448 m	3 548 m	3 323 m
第 21 次	3 645 m	3 506 m	3 323 m
第 22 次	3 496 m	3 642 m	3 323 m
第 23 次	3 346 m	3 446 m	3 323 m
第 24 次	3 718 m	3 836 m	3 371 m
第 25 次	3 664 m	3 531 m	3 323 m
最优值	3 323 m	3 336	3 323 m
最差值	3 781 m	4 207 m	3 710 m
平均值	3 507 m	3 632 m	3 389 m
成功率	4%	0%	40%
平均误差率	5.54%	8.87%	1.99%

表 2 给出了不同方法求解以最小距离为目标的旅行商问题得到的优化结果和相关统计项。定义成功次数为成功搜索到问题全局最优解 3 323 的次数,因此有成功率 = 成功次数/计算总次数 × 100%;平均误差率是描述结果偏离问题全局最优解程度的指标,其计算公式为:平均误差率 = (平均值 − 全局最优解)/全局最优解 × 100%。从表 2 各项对比指标可以看出,离散粒子群优化在优化结果上显著优于遗传算法和模拟退火算法,其成功搜索到全局最优解的概率也远高于两种算法。

图 2 是不同算法求解算例旅行商问题过程中平均最优适应值随迭代次数变化的情况。从图 2 可以看出,SA 在迭代 20 代左右便早熟收敛,寻优效果最差,GA 收敛到全局最优解的能力也远差于离散粒子群优化。离散粒子群优化算法中粒子在搜索初期具有较强的全局搜索能力,可以快速收敛到较优区域;惯性权重随迭代次数的线性递减使搜索后期粒子具有较强的局部开采能力,这不仅加大了种群局部搜索的能力,而且

使种群能够保持一定的多样性,避免了早熟收敛。由此可见,离散粒子群优化算法具有快速收敛到全局最优解的能力。

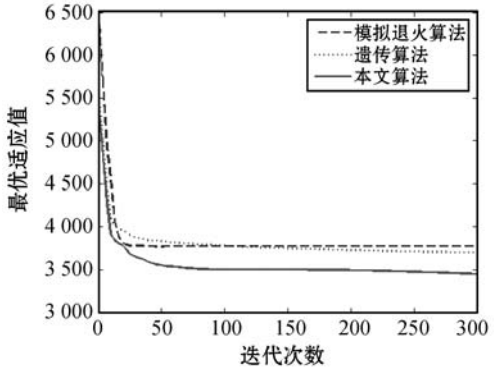


图 2　不同算法的收敛性比较

3.2　含权旅行商问题中货物权重的影响

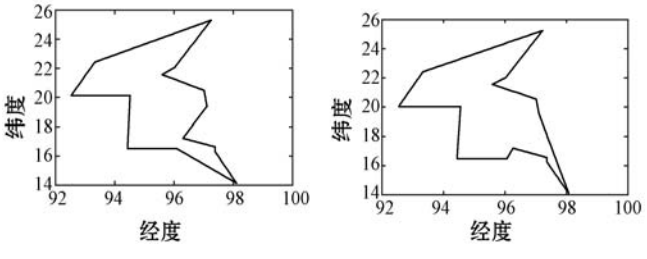
本小节用离散粒子群优化算法分别求解算例中以最小距离为目标的旅行商问题和以最小费用为目标的含权旅行商问题,验证货物权重对路径优化的影响。

表 3 给出离散粒子群优化算法分别求解算例中以最小距离为目标的旅行商问题和以最小费用为目标的含权旅行商问题的距离-费用对比关系。

表 3　旅行商问题与含权旅行商问题的优化结果

模型	最优值（距离/m)/（费用/元）	最差值（距离/m)/（费用/元）	平均值（距离/m)/（费用/元）
旅行商问题	3 323/21 055	3 710/26 664	3 395/24 181
含权旅行商问题	3 773/19 669	4 758/24 081	3 855/20 402

由表 3 可以看出,单纯以最小距离为目标得到的路径因为货物载重的原因可能导致较高的运行费用。因此在选择路径时需兼顾距离指标和货物权重对油耗等费用的影响,优先服务需求量大的城市。图 3 为实验得到的两种目标下的最优路径。



（a）以最小距离为目标　　（b）以最小费用为目标

图 3　两种目标下的最优路径

4　结　语

本文结合车辆载重对运行费用的影响,建立了带货物权重的旅行商问题模型,提出离散粒子群优化算法来对含权旅行商问题求解。通过对离散粒子群优化算法性能的验证实验,并与遗传算法和模拟退火算法进行比较,证明了离散粒子群优化算法具有更好的效果。通过以最短距离为目标和以最小费用为目标两种形式对算例求解,结果表明仅以最短距离为优化目标得到的路径可能具有较高的运行费用,因此在路径选择中倾向于优先服务需求量大的城市。

参　考　文　献

[1] 叶春明, 王科峰, 李永林. 同时送取货车辆路径问题算法研究综述[J]. 计算机应用研究, 2013, 30(2): 334-340.

[2] 麻存瑞, 马昌喜. 不确定旅行商问题的鲁棒模型与算法[J]. 计算机应用, 2014, 34(7): 2090-2092.

[3] 潘震东,唐加福,韩毅. 带货物权重的车辆路径问题及遗传算法[J]. 管理科学学报, 2012, 10(3): 23-29.

[4] 石勇国, 张恒, 李文玉. 求解软时间窗车辆路径问题的一种新方法[J]. 西南师范大学学报(自然科学版), 2015, 40(10):64-70.

[5] 唐加福,孔媛,潘震东. 基于划分的蚁群算法求解货物权重车辆路径问题[J]. 控制理论与应用, 2013, 25(4): 699-702.

[6] 李波, 邱红艳. 基于双层模糊聚类的多车场车辆路径遗传算法[J]. 计算机工程与应用, 2014, 50(5):261-264.

[7] 陈久梅. 两级定位-路径问题的人工蜂群算法[J]. 计算机工程, 2014, 40(1): 172-176.

[8] 张波, 叶家玮, 胡郁葱. 模拟退火算法在路径优化问题中的应用[J]. 计算机仿真, 2011, 17(1): 79-81.

[9] 柳寅, 马良. 模糊人工蜂群算法的旅行商问题求解[J]. 计算机应用研究, 2013, 30(9): 2694-2696.

[10] 高尚, 韩斌, 吴小俊. 求解旅行商问题的混合粒子群优化算法[J]. 控制与决策, 2013,19(11):1286-1289.

[11] 郝振兴,胡朝晖. 基于动态粒子群优化的目标跟踪算法[J]. 计算机测量与控制,2016,24(6):260-264.

[12] 袁汪凰,游晓明,刘升,等. 求解 TSP 问题的自适应模拟退火蚁群算法[J]. 计算机应用与软件,2018,35(2):261-266.

(上接第 122 页)

[13] Haider A, Woodland P C. Sequence training of DNN acoustic models with natural gradient[C]//Proceedings of the 2017 IEEE Automatic Speech Recognition and Understanding Workshop (ASRU). IEEE, 2017,43(9): 178-184.

[14] Maas A L, Qi P, Xie Z, et al. Building DNN acoustic models for large vocabulary speech recognition[J]. Computer Speech & Language, 2017,26(8): 195-213.