

双重不确定分数阶混沌系统的鲁棒自适应同步控制算法研究

钟 昆¹ 高 嵩¹ 黄姣茹^{1,2} 钱富才^{1,2}

¹(西安工业大学电子信息工程学院 陕西 西安 710021)

²(西安理工大学自动化与信息工程学院 陕西 西安 710048)

摘 要 针对一类含有未知参数且受外部扰动的双重不确定分数阶混沌系统的同步控制问题,提出一种易于实现的鲁棒自适应同步控制算法。基于分数阶 Lyapunov 稳定性定理和自适应控制策略,给出使同步误差系统鲁棒渐进稳定的自适应同步控制器设计方法。该控制器在实现混沌系统同步控制的同时,可以获得对未知参数的精确估计。以一类含绝对值项的分数阶混沌系统为例,通过 MATLAB 数值仿真验证该算法的有效性和可行性。

关键词 分数阶混沌系统 双重不确定性 参数估计 自适应控制

中图分类号 TP391.9

文献标识码 A

DOI:10.3969/j.issn.1000-386x.2019.06.044

ROBUST ADAPTIVE SYNCHRONIZATION CONTROL ALGORITHM OF FRACTIONAL-ORDER CHAOTIC SYSTEM WITH DUAL UNCERTAINTIES

Zhong Kun¹ Gao Song¹ Huang Jiaoru^{1,2} Qian Fucui^{1,2}

¹(School of Electronic Information Engineering, Xi'an Technological University, Xi'an 710021, Shaanxi, China)

²(School of Automation and Information Engineering, Xi'an University of Technology, Xi'an 710048, Shaanxi, China)

Abstract This paper proposed a robust adaptive synchronization control algorithm for dual uncertain fractional-order chaotic systems with unknown parameters and external disturbances. Based on the fractional-order Lyapunov stability theory and the adaptive control strategy, an adaptive controller design method was presented for the robust asymptotic stability of synchronization error system. The controller achieved synchronization control of chaotic system and could obtain accurate estimation of unknown parameters. Taking a class of fractional chaotic systems with absolute terms as an example, the effectiveness and feasibility of the proposed algorithm are verified by numerical simulation with MATLAB.

Keywords Fractional-order chaotic system Dual uncertainties Parameter estimation Adaptive control

0 引 言

混沌系统同步控制是混沌系统有效应用于保密通信、图像加密和经济学预测等方面首要解决的核心问题之一,不断完善和发展混沌同步控制算法成为主流方向^[1]。随着分数阶微积分理论研究的热潮兴起^[2-4],学者们将分数阶微积分推广到混沌系统中,其结构和特性较之整数阶系统更加复杂多样,不仅包含了整数阶系统所有特性,而且具有记忆性和遗传性等特点^[5]。因此,对分数阶混沌系统同步控制算法的研究成为热点。

近年来,考虑到不确定性对控制系统的不可忽略影响^[6-7],不确定分阶混沌系统的同步控制问题引起了广泛关注。文献[8]针对含未知参数的严格反馈分数阶混沌系统,提出自适应反演控制法实现同步并有效估计未知参数。文献[9]提出了非线性控制器与参数自适应律相结合策略,实现参数不确定分数阶混沌系统投影同步。文献[10]研究了含时变参数的分数阶超混沌系统的反同步问题,选取参数自适应律,解决时变参数的摄动问题。文献[11]基于 Lyapunov 稳定性理论,运用追踪控制和自适应滑模控制方法设计同步控制律,有效消除系统未知参数影响。文献[12-13]针对系统受外部扰动影响,利用分数阶扰动观测器

有效估计扰动,然后在同步控制器中加以补偿来达到同步控制目的。文献[14]讨论了含未知上界外部扰动的同步控制问题,设计了模糊自适应同步控制器,给出了使同步误差系统渐近稳定的充分条件。但是,上述研究结果在解决不确定同步控制问题时,要么只考虑了系统内部参数未知或者摄动,要么仅考虑了外界环境对系统带来的扰动不确定影响。

众所周知,由于实际系统所处的环境极其复杂,不确定性往往不只以某一种形式单独存在,即同时含有参数不确定和外部扰动的双重不确定性^[15-16]。前者属于可减少的不确定性,它们可以利用来自系统的输出信息进行自学习而减少或者消失。后者属于不可减少不确定性,即不能利用任何系统信息进行消除,但它们可以利用鲁棒控制有效抑制或者削弱^[17]。如果仅考虑前者而忽略后者的影响,会使得控制器过于激进和乐观;若只考虑后者,又会使得控制器设计过于保守。

综上,本文针对含未知参数且受有界外部扰动的双重不确定分数阶混沌系统同步控制问题,弥补以往同步控制算法的不足,提出了一种设计方法简单且更易于实现的鲁棒自适应同步控制器算法。基于分数阶 Lyapunov 稳定定理,利用参数辨识和自适应控制方法,得到分数阶参数估计误差和控制器增益自适应律,严格地证明了使同步误差系统鲁棒渐进稳定的结论,同时得到未知参数的辨识曲线,最终实现了同步控制。

1 预备知识

定义 1^[18] 针对连续可微函数 $x(t)$ 的 α 阶 Caputo 分数阶微分定义为:

$$D^\alpha x(t) = J^{n-\alpha} x^{(n)}(t) \quad \alpha > 0 \quad (1)$$

式中: D^α 称为 α 阶 Caputo 分数阶微分算子且 $n - 1 < \alpha < n$,即 n 是不小于阶数 α 的整数。 $x^{(n)}(t)$ 是传统意义上的 n 阶微分。 $J^\alpha (\alpha > 0)$ 是 α 阶 Riemann-Liouville 分数阶积分定义,其表达式为:

$$J^\alpha x(t) = \frac{1}{\Gamma(\alpha)} \int_0^t (t - \tau)^{\alpha-1} x(\tau) d\tau \quad (2)$$

式中: $\Gamma(\cdot)$ 为 gamma 函数,其定义为:

$$\Gamma(z) = \int_0^\infty t^{z-1} e^{-t} dt \quad (3)$$

引理 1^[19] 考虑一类分数阶系统:

$$D^\alpha x(t) = f(x(t)) \quad 0 < \alpha < 1 \quad (4)$$

令 $D \subset R^n$ 是原点的某个值域,现假设假设系统的平衡点为 $x_{eq}(t) = 0$,并且假设存在一个连续可微函数 $V(x(t)) : [0, \infty) \times D \rightarrow R^+$ 和 K 类函数 γ 使之满足如

下条件:

$$\begin{cases} V(x(t)) \geq \gamma(\|x(t)\|) \\ D^\alpha V(x(t)) \leq 0 \end{cases} \quad (5)$$

式中: $x(t) \subset D$ 。如果 $D = R^n$,那么该系统在平衡点 $x_{eq}(t) = 0$ 处是渐进稳定的。

引理 2^[20] 令 $x(t) \in R$ 为一个连续且可导的函数,则对于任意时刻 $t \geq t_0$,有:

$$\frac{1}{2} D^\alpha x^2(t) \leq x(t) D^\alpha x(t) \quad \forall \alpha \in (0, 1) \quad (6)$$

2 问题描述

考虑 n 维双重不确定分数阶混沌系统作为驱动系统:

$$\begin{cases} D^\alpha x_1(t) = \theta_1 x_1(t) + f_1(x) + d_1(t) \\ D^\alpha x_2(t) = \theta_2 x_2(t) + f_2(x) + d_2(t) \\ \vdots \\ D^\alpha x_n(t) = \theta_n x_n(t) + f_n(x) + d_n(t) \end{cases} \quad (7)$$

相应地,考虑 n 维响应系统为:

$$\begin{cases} D^\alpha y_1(t) = \hat{\theta}_1 y_1(t) + f_1(y) + c_1(t) + u_1(t) \\ D^\alpha y_2(t) = \hat{\theta}_2 y_2(t) + f_2(y) + c_2(t) + u_2(t) \\ \vdots \\ D^\alpha y_n(t) = \hat{\theta}_n y_n(t) + f_n(y) + c_n(t) + u_n(t) \end{cases} \quad (8)$$

式中: α 是混沌系统的微分阶次且 $0 < \alpha < 1$, $x_i(t) \in R^n$ 是驱动系统状态向量, $y_i(t) \in R^n$ 是响应系统状态向量, $u_i(t) \in R^n$ 是控制输入, $\theta_i \in R^n$ 是混沌系统中未知参数, $\hat{\theta}_i \in R^n$ 为未知参数的估计值, $d_i(t) \in R^n$ 是驱动系统受到的外部扰动, $c_i(t) \in R^n$ 是响应系统受到的外部扰动, $i = 1, 2, \dots, n$, $f(\cdot)$ 是满足 Lipschitz 条件的非线性连续函数。

假设驱动系统的扰动 $d_i(t)$ 与响应系统扰动 $c_i(t)$ 均是有界的,并且满足:

$$|c_i(t) - d_i(t)| \leq l_i \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (9)$$

式中: l_i 为常数且满足 $l_i > 0$ 。

我们定义 $e_i(t)$ 为第 i 维系统的状态同步误差,即 $e_i(t) = y_i(t) - x_i(t)$ 。定义 $\tilde{\theta}_i$ 为第 i 维系统的参数估计值与参数真值的误差,即 $\tilde{\theta}_i = \hat{\theta}_i - \theta_i$,其中 $i = 1, 2, \dots, n$ 。由此,我们可得到第 i 维分数阶同步误差系统为:

$$\begin{aligned} D^\alpha e_i(t) &= D^\alpha y_i(t) - D^\alpha x_i(t) = \hat{\theta}_i y_i(t) - \theta_i x_i(t) + \\ & f_i(y) - f_i(x) + c_i(t) - d_i(t) + u_i(t) = \\ & \tilde{\theta}_i y_i(t) + \theta_i e_i(t) + f_i(y) - f_i(x) + \\ & [c_i(t) - d_i(t)] + u_i(t) \end{aligned} \quad (10)$$

如果存在一个控制输入 $u_i(t)$, 使得:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e_i(t) = 0 \quad (11)$$

那么, 可以说明响应系统与驱动系统实现了状态同步。因此, 我们将两个分数阶混沌系统的同步算法设计问题转化为判别分数阶同步误差系统的渐进稳定性问题。

本文主要目的是针对分数阶状态同步误差系统设计一种有效的鲁棒自适应同步控制算法, 通过证明同步误差系统的鲁棒渐进稳定性, 从而实现系统的同步控制, 不仅克服外部扰动对系统的影响, 而且能达到辨识未知参数的目的。

3 鲁棒自适应同步控制算法

本节中, 以实现含双重不确定性分数阶混沌系统的同步控制为目标, 基于分数阶 Lyapunov 稳定性定理, 设计使同步误差系统稳定的同步控制器算法、参数估计误差自适应律和控制器增益自适应律, 其鲁棒自适应同步控制算法由下述定理 1 给出:

定理 1 分数阶同步误差系统对于任何初始状态都是鲁棒渐进稳定的, 当且仅当其同步控制律 $u_i(t)$ 满足:

$$u_i(t) = -(\theta_i + \lambda_i)e_i - f_i(y) + f_i(x) - k_i \text{sign}(e_i) \quad (12)$$

式中: $i = 1, 2, \dots, n$, λ_i 为任意常数且 $\lambda_i > 0$, k_i 为控制器自适应反馈增益, 其分数阶自适应律满足:

$$D^\alpha k_i = |e_i| \quad (13)$$

未知参数估计误差 $\tilde{\theta}_i$ 的分数阶自适应律满足:

$$D^\alpha \tilde{\theta}_i = -e_i y_i \quad (14)$$

证明: 将式(12)代入到式(10)中, 有:

$$\begin{aligned} D^\alpha e_i(t) &= \tilde{\theta}_i y_i + \theta_i e_i + f_i(y) - f_i(x) + \\ & [c_i(t) - d_i(t)] + u_i(t) = \\ & \tilde{\theta}_i y_i + \theta_i e_i + f_i(y) - f_i(x) + \\ & [c_i(t) - d_i(t)] + [-(\theta_i + \lambda_i)e_i - \\ & f_i(y) + f_i(x) - k_i \text{sign}(e_i)] = \\ & \tilde{\theta}_i y_i - \lambda_i e_i + [c_i(t) - d_i(t)] - k_i \text{sign}(e_i) \end{aligned} \quad (15)$$

取如下形式 Lyapunov 函数:

$$V = \frac{1}{2} e_i^2 + \frac{1}{2} \tilde{\theta}_i^2 + \frac{1}{2} (l_i - k_i)^2 \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (16)$$

由引理 2, 对式(16)两边同时求 $\alpha (0 < \alpha < 1)$ 阶微分, 得到:

$$\begin{aligned} D^\alpha V &= \frac{1}{2} D^\alpha e_i^2 + \frac{1}{2} D^\alpha \tilde{\theta}_i^2 + \frac{1}{2} D^\alpha (l_i - k_i)^2 \leq \\ & e_i D^\alpha e_i + \tilde{\theta}_i D^\alpha \tilde{\theta}_i - (l_i - k_i) D^\alpha k_i \end{aligned} \quad (17)$$

将式(15)代入到式(17)中, 有:

$$\begin{aligned} D^\alpha V &\leq e_i \{ \tilde{\theta}_i y_i - \lambda_i e_i + [c_i(t) - d_i(t)] - \\ & k_i \text{sign}(e_i) \} + \tilde{\theta}_i D^\alpha \tilde{\theta}_i - (l_i - k_i) D^\alpha k_i = \\ & e_i \tilde{\theta}_i y_i - \lambda_i e_i^2 + e_i [c_i(t) - d_i(t)] - k_i |e_i| + \\ & \tilde{\theta}_i D^\alpha \tilde{\theta}_i - (l_i - k_i) D^\alpha k_i \end{aligned} \quad (18)$$

利用绝对值不等式性质, 式(18)可以写为:

$$\begin{aligned} D^\alpha V &\leq -\lambda_i e_i^2 + |e_i| |c_i(t) - d_i(t)| - k_i |e_i| + \\ & e_i \tilde{\theta}_i y_i + \tilde{\theta}_i D^\alpha \tilde{\theta}_i - (l_i - k_i) D^\alpha k_i \end{aligned} \quad (19)$$

由式(9)得:

$$\begin{aligned} D^\alpha V &\leq -\lambda_i e_i^2 + |e_i| |l_i - k_i| |e_i| + e_i \tilde{\theta}_i y_i + \tilde{\theta}_i D^\alpha \tilde{\theta}_i - \\ & (l_i - k_i) D^\alpha k_i = -\lambda_i e_i^2 + (l_i - k_i) |e_i| - \\ & (l_i - k_i) D^\alpha k_i + e_i \tilde{\theta}_i y_i + \tilde{\theta}_i D^\alpha \tilde{\theta}_i \end{aligned} \quad (20)$$

若令:

$$\begin{cases} (l_i - k_i) |e_i| - (l_i - k_i) D^\alpha k_i = 0 \Leftrightarrow D^\alpha k_i = |e_i| \\ e_i \tilde{\theta}_i y_i + \tilde{\theta}_i D^\alpha \tilde{\theta}_i = 0 \Leftrightarrow D^\alpha \tilde{\theta}_i = e_i y_i \end{cases} \quad (21)$$

那么, 由式(21)的条件, 代入到式(20)且有 $\lambda_i > 0$, 得:

$$D^\alpha V \leq -\lambda_i e_i^2 \leq 0 \quad (22)$$

由引理 1, 同步误差系统是渐进稳定的。

证毕。

因此, 定理 1 给出的鲁棒自适应同步控制器、分数阶未知参数估计误差自适应律和分数阶控制器增益自适应律能够保证响应系统与驱动系统实现状态同步。下面将通过实例仿真来验证所述同步控制算法的有效性与可行性。

4 实例仿真与分析

本节中, 以一类含绝对值项的分数阶混沌系统为同步控制对象, 考虑参数未知且受到有界外部扰动的双重不确定性。利用本文提出的控制算法实现同步, 同时得到未知参数的辨识曲线, 以此验证算法有效性。

考虑含绝对值项的分数阶混沌系统模型表达式为:

$$\begin{cases} D^\alpha x_1 = \theta_1 x_1 + x_2 x_3 + x_2 \\ D^\alpha x_2 = \theta_2 x_2 - x_1 x_3 + x_3 \\ D^\alpha x_3 = \theta_3 x_3 + x_1 x_2 + |x_1| \end{cases} \quad (23)$$

式中: $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ 是系统参数。在不考虑任何不确定性时, 我们取系统参数为 $\theta_1 = -3, \theta_2 = 5, \theta_3 = -10$, 状态初值为 $x_1(0) = 3, x_2(0) = -5, x_3(0) = -1$, 系统阶数取 $\alpha = 0.95$ 时的混沌吸引子相图如图 1 所示。

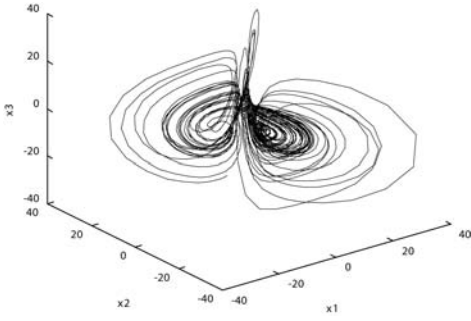


图1 新分数阶混沌系统的状态相图

当考虑系统受到参数未知和外部扰动的双重不确定性影响时,驱动系统模型可写为:

$$\begin{cases} D^\alpha x_1 = \theta_1 x_1 + x_2 x_3 + x_2 + d_1(t) \\ D^\alpha x_2 = \theta_2 x_2 - x_1 x_3 + x_3 + d_2(t) \\ D^\alpha x_3 = \theta_3 x_3 + x_1 x_2 + |x_1| + d_3(t) \end{cases} \quad (24)$$

相应地,响应系统模型可写为:

$$\begin{cases} D^\alpha y_1 = \hat{\theta}_1 y_1 + y_2 y_3 + y_2 + c_1(t) + u_1(t) \\ D^\alpha y_2 = \hat{\theta}_2 y_2 - y_1 y_3 + y_3 + c_2(t) + u_2(t) \\ D^\alpha y_3 = \hat{\theta}_3 y_3 + y_1 y_2 + |y_1| + c_3(t) + u_3(t) \end{cases} \quad (25)$$

式中: $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ 是系统参数真实值,取 $\theta_1 = -3, \theta_2 = 5, \theta_3 = -10$, $\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2, \hat{\theta}_3$ 是未知参数的估计值。假设驱动系统和响应系统受有界外部扰动分别为:

$$\begin{cases} d_1(t) = 0.3 \cos t \\ d_2(t) = 0.5 \sin t \cos t \\ d_3(t) = 0.1 \cos t \end{cases} \text{ 和 } \begin{cases} c_1(t) = 0.2 \sin t \\ c_2(t) = 0.1 \cos t \sin(2\pi t) \\ c_3(t) = 0.25 \cos t \end{cases}$$

为了实现响应系统与驱动系统的同步,根据本文提出的同步控制算法,设计鲁棒自适应同步控制器为:

$$\begin{cases} u_1(t) = -(\theta_1 + \lambda_1)e_1 - e_2 - y_2 y_3 + x_2 x_3 - k_1 \text{sign}(e_1) \\ u_2(t) = -(\theta_2 + \lambda_2)e_2 - e_3 + y_1 y_3 - x_1 x_3 - k_2 \text{sign}(e_2) \\ u_3(t) = -(\theta_3 + \lambda_3)e_3 - |y_1| + |x_1| - y_1 y_2 + x_1 x_2 - k_3 \text{sign}(e_3) \end{cases} \quad (26)$$

控制器增益的分数阶自适应律为:

$$\begin{cases} D^\alpha k_1 = |e_1| = |y_1 - x_1| \\ D^\alpha k_2 = |e_2| = |y_2 - x_2| \\ D^\alpha k_3 = |e_3| = |y_3 - x_3| \end{cases} \quad (27)$$

参数估计误差的分数阶自适应律为:

$$\begin{cases} D^\alpha \tilde{\theta}_1 = D^\alpha(\tilde{\theta}_1 - \theta_1) = -e_1 y_1 \\ D^\alpha \tilde{\theta}_2 = D^\alpha(\tilde{\theta}_2 - \theta_2) = -e_2 y_2 \\ D^\alpha \tilde{\theta}_3 = D^\alpha(\tilde{\theta}_3 - \theta_3) = -e_3 y_3 \end{cases} \quad (28)$$

取驱动系统状态初值为 $x_1(0) = 1, x_2(0) = 2, x_3(0) = 3$,响应系统状态初值为 $y_1(0) = 1, y_2(0) = 3, y_3(0) = 5$,混沌系统参数的真实值取为 $\theta_1 = -3, \theta_2 = 5, \theta_3 = -10$,取 $k_1(0) = k_2(0) = k_3(0) = 0$ 且 $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 1$,未知参数估计初值为 $\hat{\theta}_1(0) = -1, \hat{\theta}_2(0) = 10$,

$\hat{\theta}_3(0) = -14.5$,系统阶数取 $\alpha = 0.95$,仿真时间为 $t = 5$ s,步长取0.0005。仿真得到响应系统与驱动系统的状态同步曲线如图2所示。

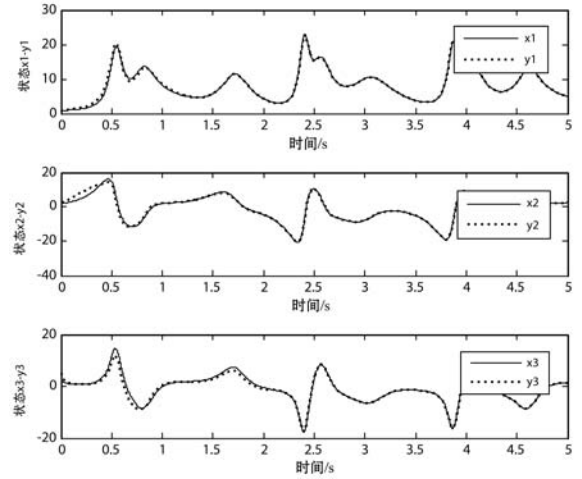


图2 混沌系统状态同步控制图

由图2可以看出,响应系统与驱动系统的状态控制曲线在有限时间内实现了同步,即两个系统的状态最终实现重合。接下来,仿真得到状态同步误差曲线 $e_i (i = 1, 2, 3)$ 如图3所示,同时绘制出未知参数辨识曲线如图4所示。

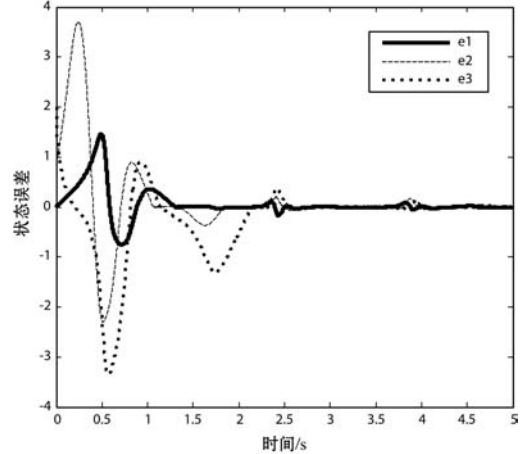


图3 驱动系统与响应系统状态同步误差曲线

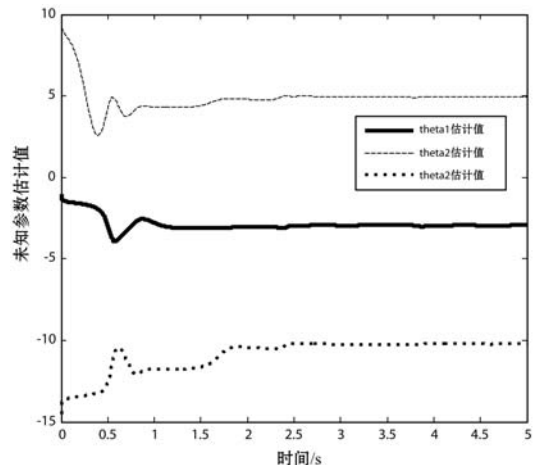


图4 未知参数的辨识曲线

由图3知,在未知参数和外部扰动的双重不确定性影响下,驱动系统与响应系统的系统状态误差曲线在2.5 s时开始渐进趋向于零,定性地说明了同步控制算法能够最终实现两个系统状态同步。由图4可知,未知参数的估计值可以由任意给定的初始值最终趋近于真实值,证明参数自适应律的设计是符合要求的。由此,证明了所提出的同步控制算法是有效和可行的。

5 结 语

基于参数估计理论与自适应控制理论,本文针对一类含有未知参数和外部扰动的双重不确定分数阶混沌系统的同步控制问题,设计了一种鲁棒自适应同步控制算法。利用分数阶Lyapunov稳定性理论给出了使同步误差系统渐进稳定的参数估计误差和控制增益自适应律设计方法。将设计的同步算法运用到分数阶混沌系统同步控制实例中,数值仿真结果表明提出的算法控制效果好、设计方法简便且易于实现,并具有非常可观的应用前景。

参 考 文 献

- [1] 林飞飞,曾喆昭. 不确定分数阶时滞混沌系统自适应神经网络同步控制[J]. 物理学报, 2017, 66(9): 090504.
- [2] Machado J T, Kiryakova V, Mainardi F. Recent history of fractional calculus[J]. Commun Nonlinear Sci Numer Simulat, 2011, 16(3): 1140 - 1153.
- [3] David S A, Linares J L, Pallone E M J A. Fractional order calculus; historical apologia, basic concepts and some applications[J]. Revista Brasileira de Ensino de Física, 2011, 33(4): 4302.
- [4] Fonseca Ferreira N M, Duarte F B, Lima M F M, et al. Application of Fractional Calculus in the Modelling and Control of Mechanical Systems[J]. Fractional Calculus & Applied Analysis, 2008, 11(1): 91 - 113.
- [5] 张友安, 余名哲, 吴华丽. 基于自适应神经网络的分数阶混沌系统滑模同步[J]. 控制与决策, 2015, 30(5): 882 - 886.
- [6] 阎晓妹, 尚婷, 赵小国. 基于主动滑模控制的不确定分数阶混沌系统的延迟同步[J]. 信息与控制, 2015, 44(1): 1 - 7.
- [7] 孙美美, 胡云安, 韦建明. 不确定分数阶多涡卷混沌系统自适应重复学习同步控制[J]. 控制理论与应用, 2016, 33(7): 936 - 944.
- [8] Shukla M K, Sharma B B. Control and Synchronization Of A Class Of Uncertain Fractional Order Chaotic Systems Via Adaptive Backstepping Control[J]. Asian Journal of Control, 2017, 20(3): 1 - 14.
- [9] Wang C, Zhang H, Fan W. Generalized dislocated lag function projective synchronization of fractional order chaotic systems with fully uncertain parameters[J]. Chaos Solitons & Fractals, 2017, 98: 14 - 21.
- [10] 刘福才, 李俊义, 臧秀凤. 基于自适应主动及滑模控制的分数阶超混沌系统异结构反同步[J]. 物理学报, 2011, 60(3): 108 - 117.
- [11] 张友安, 余名哲, 吴华丽. 不确定分数阶多驱动一响应混沌系统同步[J]. 电子学报, 2016, 44(3): 607 - 612.
- [12] Chen M, Shao S Y, Shi P. Disturbance-Observer-Based Robust Synchronization Control for a Class of Fractional Order Chaotic Systems[J]. Transactions on Circuits & Systems II Express Briefs, 2017, 64(4): 417 - 421.
- [13] Khan A, Tyagi A. Fractional order disturbance observer based adaptive sliding mode hybrid projective synchronization of fractional Newton - Leibniz chaotic system[J]. International Journal of Dynamics and Control, 2018, 6(3): 1136 - 1149.
- [14] 陈晔, 李生刚, 刘恒. 基于自适应模糊控制的分数阶混沌系统同步[J]. 物理学报, 2016, 65(17): 251 - 261.
- [15] 江涛, 钱富才, 杨恒占. 具有双重不确定性系统的联合滤波算法[J]. 自动化学报, 2016, 42(4): 535 - 544.
- [16] 钱富才, 李江, 赵平. 双重不确定性系统的跟踪与辨识[J]. 系统工程理论与实践, 2012, 32(4): 839 - 846.
- [17] 俞立. 鲁棒控制: 线性矩阵不等式处理方法[M]. 北京: 清华大学出版社, 2002.
- [18] 贾雅琼, 蒋国平. 基于状态观测器的分数阶时滞混沌系统同步研究[J]. 物理学报, 2017, 66(16): 26 - 32.
- [19] 李特, 袁建宝, 吴莹. 一类不确定分数阶混沌系统同步的自适应滑模控制方法[J]. 动力学与控制学报, 2017, 15(2): 110 - 118.
- [20] 陈旭, 郑永爱. 基于 Takagi-Sugeno 模糊模型的分数阶混沌系统的预测投影同步[J]. 信息与控制, 2018, 47(5): 559 - 563.

(上接第 213 页)

- [12] Levin A, Weiss Y. A closed form solution to natural image matting[C]//IEEE Computer Society Conference on Computer Vision & Pattern Recognition. IEEE Computer Society, 2006.
- [13] Lowe D G. Distinctive Image Features from Scale-Invariant Keypoints[J]. International Journal of Computer Vision, 2004, 60(2): 91 - 110.
- [14] Raposo C, Antunes M, Barreto J A P. Piecewise-Planar StereoScan: Sequential Structure and Motion Using Plane Primitives[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis & Machine Intelligence, 2018, 40(8): 1918 - 1931.