

一种基于双通道空间谱估计结构的阵列幅相误差校正方法

唐 歆 龚晓峰 雒瑞森*

(四川大学电气工程学院 四川 成都 610065)

摘要 空间谱估计中经典 MUSIC 算法的实现结构带来的成本问题较大地制约了其在工程中的应用,同时实际阵列幅相误差也会对 MUSIC 算法的性能带来一定影响。针对该问题,提出一种简易的幅相误差有源校正方法,并将其用于权微扰双通道实现结构之中。利用校准源参数已知的特性,反向计算阵列参数进行校准;只需要单个信号源即可完成阵列幅相误差校正,且只需要两个接收通道来估计信号协方差矩阵。该方法在降低 MUSIC 实现结构成本的同时算法复杂度无明显提升。通过仿真实验证明了该方法的有效性。

关键词 空间谱估计 工程应用 双通道 幅相误差 有源校正

中图分类号 TP3 **文献标志码** A **DOI**:10.3969/j.issn.1000-386x.2020.10.045

AN ARRAY GAIN-PHASE ERRORS CALIBRATION METHOD BASED ON DUAL-CHANNEL SPATIAL SPECTRUM ESTIMATION STRUCTURE

Tang Xin Gong Xiaofeng Luo Ruisen*

(College of Electrical Engineering, Sichuan University, Chengdu 610065, Sichuan, China)

Abstract The cost problem caused by the implementation structure of the classical MUSIC algorithm in spatial spectrum estimation greatly restricts its application in engineering, and the actual array gain-phase errors will also have an impact on the performance of the MUSIC algorithm. In this regard, this paper proposes a simple gain-phase errors active calibration algorithm, which is used in the weighted perturbation dual-channel implementation structure. The method used the known characteristics of the calibration source parameters, calculated the array parameters in reverse direction. It only needed a single signal source to complete the array gain-phase error calibration, and only needed two receiving channels to estimate the signal covariance matrix. It reduces the cost of MUSIC implementation structure, while the algorithm complexity is not significantly improved. Simulation experiments show the effectiveness of this method.

Keywords Spatial spectrum estimation Engineering application Dual-channel Gain-phase errors Active calibration

0 引言

空间谱估计是一种在时域谱估计、自适应阵列信号处理的基础上发展起来的空域阵列信号处理技术,其原理是用传感器阵列中各个传感器阵元在空间中不同位置点之间的关系,再结合具体算法去估计空间信号的参数。多信号分类(Multiple Signal Classification, MUSIC)^[1]算法则是在工程中被广泛使用的一种特征结构类算法,它利用接收信号协方差矩阵分解的两个

子空间的正交特性来求解信号来波方向,相比传统的常规 Bartlett 波束形成方法有更好的角度分辨力。

特征结构类算法首先需要获取接收信号的协方差矩阵,一般的方法是一个阵元对应一个接收通道进行信号的输出。文献[2-4]利用权微扰算法,降低了对接收通道数量的依赖程度,简化了空间谱测向的实现结构。与此同时,对于实际天线阵列与理想阵列间的幅相差异造成的空间谱估计误差问题,文献[5-6]从不同情形下提出了对于阵列误差的有源校正方法,但其基于迭代算法的思想使得算法复杂度较高。本文提

出了一种简易的阵列幅相误差有源校正方法,并将其应用在双通道空间谱测向结构中,最后通过实验得出该实现结构下校正方法的仿真结果。

1 系统模型及问题描述

假设存在 M 阵元的无耦合理想天线阵列,同时有 N 个远场非相干窄带信号 $s_n(t)$ ($n = 1, 2, \dots, N$) 被阵列接收,其入射水平角度为 θ_n 。天线阵列输出信号表达式为^[1]:

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_M \end{bmatrix} = [\mathbf{a}(\theta_1) \quad \mathbf{a}(\theta_2) \quad \cdots \quad \mathbf{a}(\theta_N)] \begin{bmatrix} s_1(t) \\ s_2(t) \\ \vdots \\ s_N(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} n_1(t) \\ n_2(t) \\ \vdots \\ n_N(t) \end{bmatrix}$$

或表示为:

$$\mathbf{X}(t) = \mathbf{A} \cdot \mathbf{S}(t) + \mathbf{N}(t) \quad (1)$$

式中: $\mathbf{X}(t) = [x_1(t) \quad x_2(t) \quad \cdots \quad x_M(t)]$ 是阵元输出;导向矩阵 $\mathbf{A} = [\mathbf{a}(\theta_1) \quad \mathbf{a}(\theta_2) \quad \cdots \quad \mathbf{a}(\theta_N)]$, $\mathbf{a}(\theta_n) = [e^{-j\omega\tau_1} \quad e^{-j\omega\tau_2} \quad \cdots \quad e^{-j\omega\tau_M}]$ ($n = 1, 2, \dots, N$), ω 代表输入信号频率, τ_m ($m = 1, 2, \dots, M$) 为输入信号到达 m 阵元时相对于参考阵元的时延; $\mathbf{N}(t) = [n_1(t) \quad n_2(t) \quad \cdots \quad n_M(t)]$ 通常表示阵元输出的零均值且方差为 σ_n^2 的高斯白噪声。

由式(1)得到天线阵列输出协方差矩阵为:

$$\mathbf{R}_X = E[\mathbf{X}(t)\mathbf{X}^H(t)] = \mathbf{A}\mathbf{R}_s\mathbf{A}^H + \sigma_n^2\mathbf{I} \quad (2)$$

对协方差矩阵进行特征分解,在输入非相干信号的情况下,得到 M 个特征值并对其按从大到小进行排序,得到:

$$\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \cdots \geq \lambda_N > \lambda_{N+1} = \cdots = \lambda_M \quad (3)$$

式中:假定前 N 个特征值对应的特征向量为 $[u_1 \quad u_2 \quad \cdots \quad u_N]$,将其记为信号子空间 \mathbf{E}_s ,而后 $M - N$ 个分解得到的特征值对应的特征向量为 $[u_{N+1} \quad u_{N+2} \quad \cdots \quad u_M]$,记为噪声子空间 \mathbf{E}_N 。根据 MUSIC 算法,信号来波方向可以估计为:

$$P_{\text{MUSIC}} = \frac{1}{\mathbf{a}^H(\theta) \cdot \mathbf{E}_N \cdot \mathbf{E}_N^H \cdot \mathbf{a}(\theta)} \quad (4)$$

根据信号子空间与噪声子空间的正交性,在 $\theta = \theta_i$ ($i = 1, 2, \dots, N$),即来波方向时,式(4)取得极大值,由此实现对信号方向角的估计。

当天线阵列存在增益幅度和相位差异时,天线阵列输出可以表示为^[7]:

$$\hat{\mathbf{X}} = \mathbf{\Gamma} \cdot \mathbf{A} \cdot \mathbf{S}(t) + \mathbf{\Gamma} \cdot \mathbf{N}(t) \quad (5)$$

式中: $\mathbf{\Gamma} = \text{diag}[g_1 \cdot e^{j\varphi_1} \quad g_1 \cdot e^{j\varphi_2} \quad \cdots \quad g_M \cdot e^{j\varphi_M}]$ 为与

方位无关的阵列幅相误差对角矩阵, g_m ($m = 1, 2, \dots, M$) 为幅度误差因子, φ_m 为相位误差因子。一般我们将第一个阵元作为参考阵元,即 $g_1 = 1, \varphi_1 = 0$ 。在存在幅相误差情况下对分解特征值得到的信号子空间 $\hat{\mathbf{E}}_s$ 和噪声子空间 $\hat{\mathbf{E}}_N$ 使用式(5)进行空间谱搜索,得到的结果就会出现偏差^[8]。

2 算法描述

2.1 权微扰算法

由上述可知,经典空间谱测向实现结构中, M 阵元的天线阵列就需要 M 个接收通道,由此带来的巨大成本问题对工程应用造成了较大的影响。基于权微扰算法的空间谱测向实现结构则较好地解决了这一问题。

自适应信号处理中,有:

$$\mathbf{Y}(t) = \mathbf{W}^H \cdot \mathbf{X}(t) \quad (6)$$

式中: $\mathbf{Y}(t)$ 为天线阵列总输出; $\mathbf{W} = [w_1 \quad w_2 \quad \cdots \quad w_n]^T$ 为复权向量; \mathbf{H} 代表复共轭转置; $\mathbf{X}(t)$ 代表阵元响应,即经典多通道空间谱测向实现结构中的阵列输出。根据式(6)可知,权微扰空间谱测向实现结构下,天线阵列的输出功率为:

$$E\{|\mathbf{Y}(t)|^2\} = \mathbf{W}^H \cdot \mathbf{R}_X \cdot \mathbf{W} \quad (7)$$

以双通道空间谱估计结构为例^[3],结构如图 1 所示。

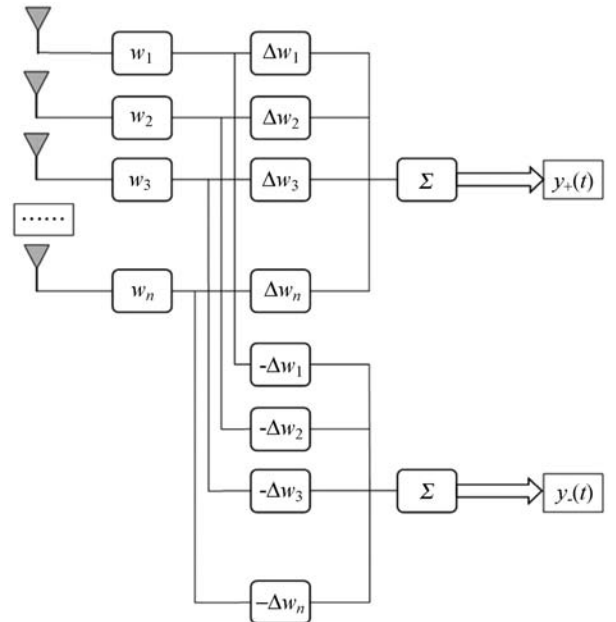


图 1 权微扰双通道结构示意图

其中: y_+ 和 y_- 都为接收通道,取 $\mathbf{W}_+ = \mathbf{W}_{\text{normal}} + \Delta\mathbf{W}$, $\mathbf{W}_- = \mathbf{W}_{\text{normal}} - \Delta\mathbf{W}$, $\mathbf{W}_{\text{normal}}$ 为标准权, \mathbf{W}_+ 和 \mathbf{W}_- 分别对应接收通道 y_+ 和 y_- 的权向量, $\Delta\mathbf{W}$ 为标准权的扰动量,于是可以得到:

$$\begin{aligned} \Delta \mathbf{W}^H \cdot \mathbf{R}_X \cdot \Delta \mathbf{W} = & (\mathbf{W}_+ - \mathbf{W}_{\text{normal}})^H \mathbf{R}_X (\mathbf{W}_{\text{normal}} - \mathbf{W}_-) = \\ & \frac{1}{2} E \{ |y_+(t)|^2 \} + \frac{1}{2} E \{ |y_-(t)|^2 \} - \\ & E \{ |y_{\text{normal}}(t)|^2 \} = \\ & \frac{1}{2} \mathbf{W}_+^H \mathbf{R}_X \mathbf{W}_+ + \frac{1}{2} \mathbf{W}_-^H \mathbf{R}_X \mathbf{W}_- - \mathbf{W}_{\text{normal}}^H \mathbf{R}_X \mathbf{W}_{\text{normal}} \quad (8) \end{aligned}$$

令 $\Delta \mathbf{W} = \Delta \mathbf{W}_r + j \cdot \Delta \mathbf{W}_i$, $\mathbf{R}_X = \mathbf{R}_r + j \cdot \mathbf{R}_i$, 其中: $\Delta \mathbf{W}_r$ 和 \mathbf{R}_r 分别表示权微扰矩阵和协方差矩阵的实部; $\Delta \mathbf{W}_i$ 和 \mathbf{R}_i 分别表示权微扰矩阵和协方差矩阵的虚部。对式(8)左边部分变化得到:

$$\begin{aligned} \Delta \mathbf{W}^H \mathbf{R}_X \Delta \mathbf{W} = & \Delta \mathbf{W}_r^H \mathbf{R}_r \Delta \mathbf{W}_r + \Delta \mathbf{W}_i^H \mathbf{R}_i \Delta \mathbf{W}_i + \\ & 2 \Delta \mathbf{W}_i^H \mathbf{R}_i \Delta \mathbf{W}_r \quad (9) \end{aligned}$$

结合式(8)和式(9)得到:

$$\begin{aligned} \Delta \mathbf{W}_r^H \mathbf{R}_r \Delta \mathbf{W}_r + \Delta \mathbf{W}_i^H \mathbf{R}_i \Delta \mathbf{W}_i + 2 \Delta \mathbf{W}_i^H \mathbf{R}_i \Delta \mathbf{W}_r = & \\ \frac{1}{2} E \{ |y_+(t)|^2 \} + \frac{1}{2} E \{ |y_-(t)|^2 \} - & \\ E \{ |y_{\text{normal}}(t)|^2 \} \quad (10) \end{aligned}$$

由式(10)可知,通过调整微扰矩阵就能够通过两个输出通道分步计算出协方差矩阵各元素的值。

2.2 幅相校正算法

在阵列幅相误差是造成空间谱估计结果出现偏差的主要原因时,可以只考虑天线阵列的幅相误差^[9]。此时可以通过设置一个方向角为 θ_s 的辅助信号源天线阵列对幅相误差矩阵进行估计。

定义傅里叶矩阵 $\mathbf{F} = [\mathbf{f}_1 \ \mathbf{f}_2 \ \cdots \ \mathbf{f}_M]$, $\mathbf{f}_m = [1 \ e^{j\frac{2\pi(m-1)}{M}} \ \cdots \ e^{j\frac{2\pi(m-1)(M-1)}{M}}]^T$ ($m = 1, 2, \dots, M$)。

令 $\tilde{\mathbf{X}}(t) = \mathbf{F}\mathbf{X}(t)$, 得到:

$$\tilde{\mathbf{R}}_X = E \{ \tilde{\mathbf{X}}(t) \tilde{\mathbf{X}}^H(t) \} \quad (11)$$

由式(10)得到离散傅里叶变换中的信号子空间为^[10]:

$$\tilde{\mathbf{U}}_s = \mathbf{F}\mathbf{U}_s = \gamma \mathbf{F}\mathbf{I}\mathbf{a}(\theta_s) \quad (12)$$

式中: \mathbf{U}_s 为变换前信号子空间, γ 是一个复常数。又由于:

$$\mathbf{I}\mathbf{a}(\theta_s) = \text{diag}(\mathbf{a}(\theta_s)) \begin{bmatrix} g_1 e^{j\varphi_1} \\ g_1 e^{j\varphi_2} \\ \vdots \\ g_M e^{j\varphi_M} \end{bmatrix} \quad (13)$$

最终得到:

$$\gamma \begin{bmatrix} \tilde{\Gamma}_1 \\ \tilde{\Gamma}_2 \\ \vdots \\ \tilde{\Gamma}_M \end{bmatrix} = \text{diag}^{-1}(\mathbf{a}(\theta_s)) \mathbf{F}^H \tilde{\mathbf{U}}_s \quad (14)$$

式中: $\tilde{\Gamma}_1 \ \tilde{\Gamma}_2 \ \cdots \ \tilde{\Gamma}_M$ 分别为估计得到的幅相误差矩阵对角线元素值。再将式(14)计算出的结果进行归一化处理,消去 γ 。

2.3 算法步骤

步骤1 设置校准源方位为 θ_s , 同时令 $\Delta \mathbf{W}_r = \mathbf{e}_m = [0 \ 0 \ 1 \ 0 \ \cdots \ 0]^T$ ($m = 1, 2, \dots, M$), \mathbf{e}_m 为第 m 行元素为 1 的列向量, $\Delta \mathbf{W}_i = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ \cdots \ 0]^T$, 通过式(10)得到协方差矩阵对角线上元素的实部 $\tilde{\mathbf{R}}_r(m, m)$, y_{normal} 为标准权下的输出, 或通过 $y_{\text{normal}} = \frac{1}{2}(y_+(t) + y_-(t))$ 得到。

步骤2 令 $\Delta \mathbf{W}_r = \mathbf{e}_{m_1} + \mathbf{e}_{m_2}$ ($m_1 < m_2$, 且均为 $[1, M]$ 中的正整数), $\Delta \mathbf{W}_i = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ \cdots \ 0]^T$, 则协方差矩阵上三角部分元素实部为:

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{R}}_r(m_1, m_2) = & \frac{1}{2} [\Delta \mathbf{W}^H \tilde{\mathbf{R}} \Delta \mathbf{W} - \tilde{\mathbf{R}}_r(m_1, m_1) - \\ & \tilde{\mathbf{R}}_r(m_2, m_2)] \quad (15) \end{aligned}$$

同时根据协方差矩阵为 Hermitian 矩阵的性质, 可得到协方差矩阵下三角部分元素实部为 $\tilde{\mathbf{R}}_r(m_2, m_1) = \tilde{\mathbf{R}}_r(m_1, m_2)$ 。

步骤3 由 Hermitian 矩阵性质, 协方差矩阵对角线元素虚部为零, 令 $\Delta \mathbf{W}_r = \mathbf{e}_{m_2}$, $\Delta \mathbf{W}_i = \mathbf{e}_{m_1}$, 则协方差矩阵上三角元素虚部为:

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{R}}_i(m_1, m_2) = & \frac{1}{2} [\Delta \mathbf{W}^H \tilde{\mathbf{R}} \Delta \mathbf{W} - \tilde{\mathbf{R}}_r(m_1, m_1) - \\ & \tilde{\mathbf{R}}_r(m_2, m_2)] \quad (16) \end{aligned}$$

同理, 协方差矩阵下三角部分元素虚部等于 $\tilde{\mathbf{R}}_i(m_2, m_1) = -\tilde{\mathbf{R}}_i(m_1, m_2)$ 。最后得到协方差矩阵为 $\tilde{\mathbf{R}}_X = \tilde{\mathbf{R}}_r + j \cdot \tilde{\mathbf{R}}_i$ 。

步骤4 对协方差矩阵 $\tilde{\mathbf{R}}_X$ 进行特征分解, 得到最大特征值对应的特征向量即信号子空间 $\tilde{\mathbf{U}}_s$, 代入式(14)并归一化后即可得到天线阵列幅相误差估计值 $\tilde{\Gamma}$ 。

3 仿真实验

定义仿真实验中均方根误差(Root Mean Square Error, RMSE)计算方法为:

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{K} \sum_{i=1}^K (\theta(i) - \hat{\theta}(i))^2} \quad (17)$$

式中: K 代表总估计次数; i 为单次实验编号; θ 是当前角度搜索精度下的理论值; $\hat{\theta}$ 表示估计角度值。

实验 1 假设天线阵列为半径 0.35 m 的理想 9 阵元圆阵,分别使用多通道以及双通道实现结构进行 100 次角度估计,快拍数为 100,得到角度估计均方根误差仿真结果如图 2 所示。需要注意的是,由于双通道实现结构下需要多次估计才能得到完整的协方差矩阵,假设为 D 次,为了保持一致性,仿真中多通道结构的快拍数就为 $D \times 100$ 。

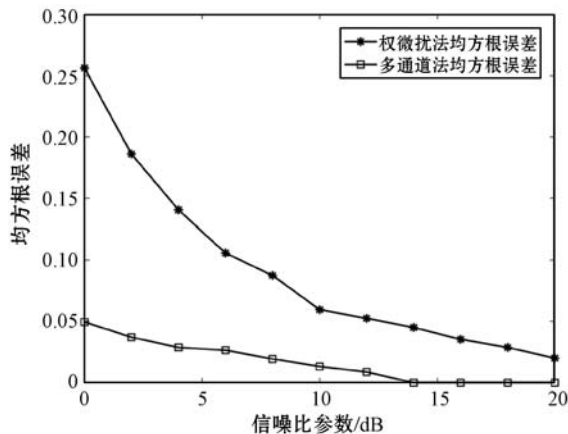


图 2 两种实现结构的角估计误差对比

可以看出,多通道结构相对于双通道结构,其角估计误差更小,但是差异随着信噪比的增大而减小。从工程应用的角度,双通道结构可以使制造成本大幅度减少,这种情况下带来的少量角估计误差是可以接受的。

实验 2 假设天线阵列为半径 0.35 m 的 9 阵元圆阵,以第一阵元为参考阵元,其余阵元幅度误差因子服从在 $[0.2, 2]$ 上的均匀分布,相位误差服从在 $[-1.5, 1.5]$ 上的均匀分布,两个非相干信号方位角为 $[45^\circ, 70^\circ]$,信噪比参数为 10 dB,快拍数为 128 次。图 3 表示双通道实现结构下存在幅相误差阵列与理想阵列的空间谱对比图。

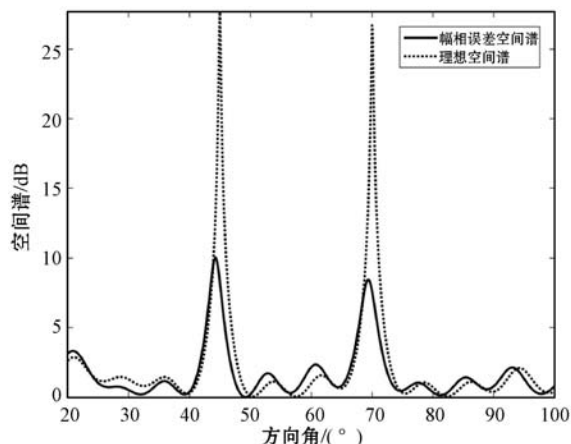


图 3 存在阵列幅相误差的空间谱图

可以看出,阵列幅相误差会导致空间谱估计角度出现偏差和谱峰降低的情况,与文献[8]的结论相符。

实验 3 假设天线阵列满足实验 2 的假设条件,信号方位角为 45° ,快拍数为 125,进行 100 次独立实验。图 4 和图 5 分别表示双通道实现结构下,使用校正算法前后估计角度 RMSE 和信噪比为 10 dB 时使用本文方法与文献[9]方法校正前后的空间谱估计对比图。仿真结果表明,本文提出的校正算法在双通道结构下对阵列幅相误差有较好的校正能力,且校正效果与文献[9]提出的幅相校正算法效果相近,校正后的空间谱结果与理想结果近似相等。

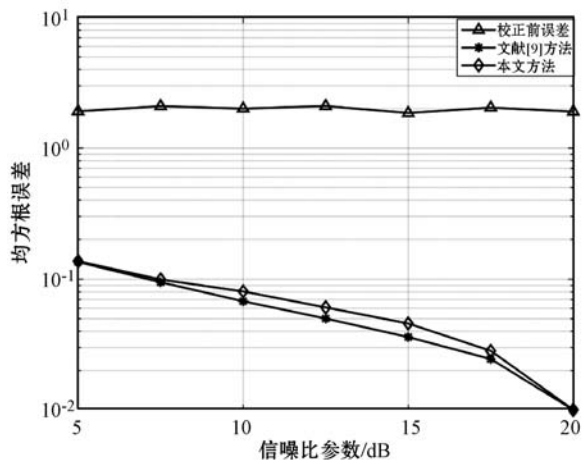


图 4 双通道结构下幅相校正前后 RMSE

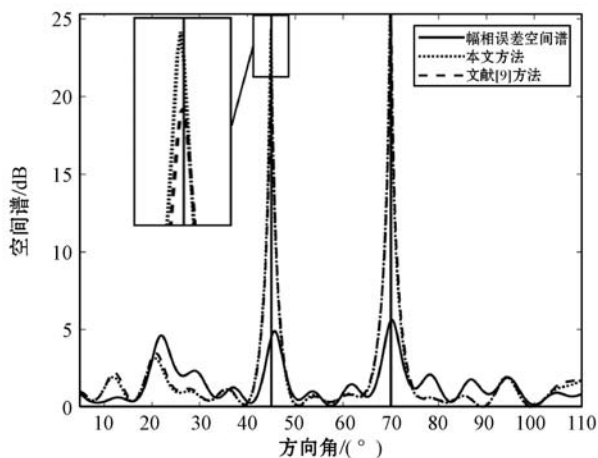


图 5 双通道结构下幅相校正前后空间谱

4 结 语

对于经典 MUSIC 空间谱估计结构和该结构在工程应用中的成本以及阵列幅相误差造成的问题,本文提出了一种幅相误差校正算法,并将其应用于权微扰算法实现的双通道空间谱估计结构。仿真结果证明了该方法能够在成本较小的实现结构下有较好的校正结果,并且算法步骤简单易实现,复杂度较低,适合工程应用。

4 结 语

本文将图像信息引入到项目相似度计算公式中,并设计动态加权方式对其进行结合,获得新的项目相似度衡量方式,通过算法获得的项目最近邻更精准。实验结果表明,本文提出的融合项目图像相似度计算方式,在引入项目图像特征后有效地缓解由于数据稀疏引起的计算偏差,提升推荐的准确度,不足之处在于图像特征提取的准确度还不够高,针对不同的数据集利用图像信息是否能取得同样良好的效果,需要进一步深入研究。

参 考 文 献

- [1] Sarwar B, Karypis G, Konstan J, et al. Analysis of recommendation algorithms for e-commerce [C]//ACM Conference on Electronic Commerce,2000.
- [2] 毛明松,张富国. 基于多重图排序的用户冷启动推荐方法 [J]. 计算机工程,2019,45(5):175-181.
- [3] 段元波,高茂庭. 基于项目评分与类型评分聚类的推荐算法 [J]. 计算机工程,2018,44(6):13-17,23.
- [4] Frrmal S, Lecron F. Weighting strategies for a recommender system using item clustering based on genres [J]. Expert Systems with Applications,2017,77:105-113.
- [5] 熊丽荣,刘坚,汤颖. 基于联合概率矩阵分解的移动社会化推荐 [J]. 计算机学,2016,43(9):255-260,265.
- [6] Zhao Z, Wang C, Wan Y, et al. FTMF: recommendation in social network with feature transfer and probabilistic matrix factorization [C]//2016 International Joint Conference on Neural Networks,2016.
- [7] 孙丽梅,李悦,Ejike Ifeanyi M,等. 简化的 Slope One 在线评分预测算法 [J]. 计算机应用,2018,38(2):497-502.
- [8] Liu Y, Liu D, Xie H, et al. A research on the improved slope one algorithm for collaborative filtering [J]. International Journal of Computing Science & Mathematics, 2016, 7(3):245-253.
- [9] 朱丽中,徐秀娟,刘宇. 基于项目和信任的协同过滤推荐算法 [J]. 计算机工程,2013,39(1):58-62,66.
- [10] 韦素云,业宁,吉根林,等. 基于项目类别和兴趣度的协同过滤推荐算法 [J]. 南京大学学报(自然科学版),2013,49(2):142-149.
- [11] 魏甜甜,陈莉,范婷婷,等. 结合项目流行度加权的协同过滤推荐算法 [J]. 计算机应用研究,2020,37(3):676-679.

- [12] Cireşan D, Giusti A, Gambardella L M, et al. Deep neural networks segment neuronal membranes in electron microscopy images [C]//Advances in Neural Information Processing Systems, 2012.
- [13] Razavian A S, Azizpour H, Sullivan J, et al. CNN features off-the-shelf: an astounding baseline for recognition [C]//2014 IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition,2014.
- [14] Babenko A, Lempitsky V. Aggregating deep convolutional features for image retrieval [C]//2015 International Conference on Computer Vision, 2015.
- [15] 李淑芝,李志军,邓小鸿. 结合评分比例因子及项目属性的协同过滤算法 [J]. 计算机应用研究,2020,37(3):680-683.
- [16] 孙金刚,艾丽蓉. 基于项目属性和云填充的协同过滤推荐算法 [J]. 计算机应用,2012,32(3):658-660,668.
- [17] MovieLens100K [EB/OL]. [2017 - 03 - 23]. <https://grouplens.org/datasets/movielens/>.

(上接第 289 页)

参 考 文 献

- [1] Schmidt R O. Multiple emitter location and signal parameter estimation [J]. IEEE Transactions on Antennas and Propagation,1986,34(3):276-280.
- [2] 赵益民,鞠德航. 单通道接收机实施空间谱估计测向 [J]. 通信学报,1997,18(2):8-12.
- [3] 张玮. 双通道接收机实施空间谱估计测向的研究 [D]. 西安:西安电子科技大学,2013.
- [4] 杨洪亮,赵益民. 一种三通道权微扰谱估计测向方法 [J]. 电子科技,2014,27(11):14-16.
- [5] 王鼎,吴瑛. 一种新的阵列误差有源校正算法 [J]. 电子学报,2010,38(3):517-524.
- [6] 王珍,段翔,刘周. 基于子空间类法的阵列误差有源校正方法 [J]. 雷达科学与技术,2014,12(5):546-550,556.
- [7] Friedlander B, Weiss A J. Direction finding in the presence of mutual coupling [J]. IEEE Transactions on Antennas and Propagation,1991,39(3):273-284.
- [8] 韩芳明,张守宏,潘复平. 阵列误差对 MUSIC 算法性能的影响与校正 [J]. 西安电子科技大学学报,2003,30(5):585-589.
- [9] 王永良,陈辉,彭应宁,等. 空间谱估计理论与算法 [M]. 北京:清华大学出版社,2004:430-432.
- [10] 刘松,廖勇,谢远举. 一种高效稳健的均匀圆阵互耦校正方法 [J]. 电子学报,2017,45(9):2170-2176.