

基于改进粒子群的二维模糊散度多阈值图像分割

杨梦 雷博 赵强 兰蓉

(西安邮电大学通信与信息工程学院 陕西 西安 710121)

摘要 针对只利用灰度信息的图像分割算法精度低和未加优化的二维多阈值分割算法耗时长,以及粒子群算法易出现虚假收敛的问题,提出基于改进粒子群的二维模糊散度多阈值图像分割算法。考虑图像像素空间邻域信息,建立二维隶属度函数,进而推导出二维多阈值 α 型模糊散度作为选取最佳阈值的准则函数;用线性递减和线性递增函数分别对粒子群算法的自我认知和社会认知部分做改进;用改进粒子群算法优化求解二维多阈值 α -型模糊散度的多组阈值。实验结果表明,该算法可以提高分割精度和改善分割性能。

关键词 多阈值图像分割 二维隶属度函数 二维模糊散度 改进粒子群算法

中图分类号 TP3 文献标志码 A DOI:10.3969/j.issn.1000-386x.2020.09.022

TWO-DIMENSIONAL FUZZY DIVERGENCE MULTI-THRESHOLD IMAGE SEGMENTATION BASED ON IMPROVED PSO

Yang Meng Lei Bo Zhao Qiang Lan Rong

(School of Telecommunications and Information Engineering, Xi'an University of Posts and Telecommunications, Xi'an 710121, Shaanxi, China)

Abstract Aiming at the low accuracy of image segmentation algorithm only using gray level information and the time-consuming of two-dimensional multi-threshold segmentation algorithm without optimization, and considering the problem that the PSO is prone to false convergence, we propose a two-dimensional fuzzy divergence multi-threshold image segmentation algorithm based on improved PSO. Considering the image pixel spatial neighborhood information, the two-dimensional membership function was established, and then the two-dimensional multi-threshold α -type fuzzy divergence was derived as the criterion function for selecting the optimal threshold; the self-cognition and social cognition parts of the PSO were improved by linear decreasing function and linear increasing function respectively; we used the improved PSO to optimize the multi-group thresholds of two-dimensional multi-threshold α -type fuzzy divergence. The experimental results show that our algorithm can improve the segmentation accuracy and the segmentation performance.

Keywords Multi-threshold image segmentation Two-dimensional membership function Two-dimensional fuzzy divergence Improved PSO

0 引言

图像分割是图像处理过程中的关键步骤^[1],常用的有基于阈值、区域、边缘及聚类的图像分割方法^[2-5],阈值化算法因实现简单且性能稳定而应用广泛。Otsu^[6]于1979年提出的Otsu法,只利用图像灰度信息进行分割,分割精度较低。1993年,刘健庄等^[7]提出灰度图像的二维Otsu自动阈值分割方法,考虑像素灰

度值的同时,结合像素的空间邻域信息,从而改善一维Otsu算法的抗噪性能。

在基于二元灰度空间的多阈值分割算法中,一方面,由于多阈值分割算法采用穷举搜索法,计算复杂度随阈值数呈指数形式增长^[8];另一方面,经典二维阈值分割算法的运算量也会随阈值数而快速增加。为了解决上述问题,众多学者将群智能优化算法应用于二维多阈值分割算法,如:粒子群优化(Particle Swarm Optimization, PSO)算法^[9]、狼群算法(Wolf Pack Algorithm,

WPA)^[10]和差分进化(Differential Evolution, DE)算法^[11]等。2017年,曹爽等^[12]提出狼群算法优化二维Otsu快速图像分割算法。2019年,罗钧等^[13]提出基于改进的自适应差分演化算法的二维Otsu多阈值图像分割。由于PSO算法参数少,易于实现,且搜索最优解的性能优于其他智能优化算法^[9,11],因此被广泛讨论,但其易陷入局部最优,造成虚假收敛^[14]。

由于图像边缘具有渐变特性,且受成像设备影响,使得图像具有一定的模糊性,因此将模糊理论应用于图像分割具有合理性。1992年,Bhandari^[15]引入K-L散度衡量两个模糊集之间的差别,并将其应用于图像分割^[15]。2016年,Zhao等^[16]提出基于改进粒子群的二维K-L散度多阈值图像分割算法。2010年,兰蓉等^[17]给出 α -型模糊散度,并在2017年将其应用于图像分割^[18]。然而,已有基于 α -型模糊散度的阈值分割算法未涉及复杂图像的多阈值分割问题,而且没有考虑图像像素的空间邻域信息,导致分割精度较低^[13]。

基于此,本文提出基于改进粒子群的二维模糊散度多阈值图像分割算法。建立二维隶属度函数,进而推导出二维多阈值 α -型模糊散度计算式作为选取最佳阈值的准则函数;针对PSO算法易陷入局部最优,造成虚假收敛的问题,分别对PSO的“自我认知”和“社会认知”部分进行改进;用改进后的粒子群算法优化求解二维多阈值 α -型模糊散度。实验结果表明,本文算法相较对比算法,有较好的分割性能和较高的分割精度。

1 相关工作

1.1 模糊集

定义1 设 X 为论域,则 X 上的模糊集合 A 可以表示为:

$$A = \{ (x, \mu_A(x)) : x \in X \} \quad (1)$$

式中:映射 $\mu_A: X \rightarrow [0, 1]$ 称为模糊集 A 的隶属度函数。

1.2 基于模糊散度的阈值分割算法

在基于模糊散度的阈值分割算法中,选取最佳阈值的准则函数为 α -型模糊散度。

$$D(A, B; T) = \frac{1}{\alpha - 1} \sum_g \left[\frac{2^{\alpha-1} \mu_A^\alpha(g; T)}{(\mu_A(g; T) + 1)^{\alpha-1}} + 2^{\alpha-1} (1 - \mu_A(g; T)) + \frac{2^{\alpha-1}}{(\mu_A(g; T) + 1)^{\alpha-1}} - 2 \right] \quad (2)$$

式中: $\alpha > 0$ 且 $\alpha \neq 1$; $g \in \{0, 1, \dots, L-1\}$, L 为图像最大灰度级; T 为分割阈值; $\mu_A(g; T)$ 是建立图像模糊集的

隶属度函数。常用的隶属度函数有Gamma型,限制等价型(Restricted Equivalence Function, REF)和指数型等。当式(2)最小时对应的 T 为最佳分割阈值。

1.3 二维直方图

令 $f(x, y)$ ($1 \leq x \leq M, 1 \leq y \leq N$)表示一幅大小为 $M \times N$ 的图像。每个像素点的 $d \times d$ 邻域内的平均灰度值为:

$$g(x, y) = \frac{1}{d^2} \sum_{l=-(d-1)/2}^{(d-1)/2} \sum_{q=-(d-1)/2}^{(d-1)/2} f(x+l, y+q) \quad (3)$$

设 $f(x, y) = i, g(x, y) = j, 0 \leq i, j \leq L-1, L$ 为图像的最大灰度级。则二维直方图定义为:

$$P_{i,j} = \frac{\text{num}(f(x, y) = i \cap g(x, y) = j)}{M \times N} \quad (4)$$

式中: $\text{num}(f(x, y) = i \cap g(x, y) = j)$ 表示灰度值为 i 及其邻域平均灰度值为 j 的像素点出现的次数。 $P_{i,j}$ 构成图像的二维直方图,如图1所示。图中: A_1, A_2, \dots, A_n 为背景或目标区域,其他区域为边界或噪声区域。 $T = \{t_1, t_2, \dots, t_{n-1}\}$ 和 $S = \{s_1, s_2, \dots, s_{n-1}\}$ 分别为灰度空间和邻域灰度空间上的 $n-1$ 阈值。

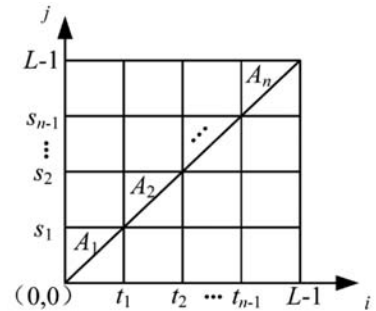


图1 二维多阈值分割直方图

1.4 PSO算法

Eberhart等^[19]在1995年提出了PSO算法。其具体步骤如下。

步骤1 设置PSO算法的各参数:学习因子 c_1 和 c_2 ,惯性因子 w_{\max} 和 w_{\min} ,种群大小 N ,最大迭代次数 G ,搜索空间维数 D 。初始化粒子的速度和位置。

步骤2 计算适应度函数,并根据算法的具体要求得到全局最佳位置及其适应度值。

步骤3 按照下式更新粒子的速度、位置和惯性因子。 t 为当前迭代次数, r_1 和 r_2 均为 $[0, 1]$ 上的随机数。

$$v_{id}^{t+1} = wv_{id}^t + c_1r_1(p_{id}^t - x_{id}^t) + c_2r_2(p_{gd}^t - x_{id}^t) \quad (5)$$

$$x_{id}^{t+1} = x_{id}^t + v_{id}^{t+1} \quad (6)$$

$$w(t) = w_{\max} - (w_{\max} - w_{\min}) \times t/G \quad (7)$$

步骤4 判断是否满足终止条件。若满足,输出全局最优位置,若不满足,则返回步骤2。

2 算法设计

2.1 二维模糊散度

模糊散度可以衡量两个模糊集之间的差别,而模糊集一般用隶属度函数表示。常用的隶属度函数仅考虑图像像素的灰度信息,而未考虑其空间邻域信息。本文选择 REF2 型隶属度函数^[20]建立图像的模糊集,设 $T = \{t_1, t_2, \dots, t_{n-1}\}$ 和 $S = \{s_1, s_2, \dots, s_{n-1}\}$ 分别为灰度空间和邻域灰度空间上的 $n-1$ 个阈值。则对应空间上的多阈值隶属度函数分别为:

$$\mu_A^{\text{REF2}}(i; T) = \begin{cases} 1 - (c|i - m_{a1}|)^2 & i \leq t_1 \\ 1 - (c|i - m_{a2}|)^2 & t_1 < i \leq t_2 \\ \vdots & \vdots \\ 1 - (c|i - m_{an}|)^2 & i > t_{n-1} \end{cases} \quad (8)$$

$$\mu_A^{\text{REF2}}(j; S) = \begin{cases} 1 - (c|j - m_{b1}|)^2 & j \leq s_1 \\ 1 - (c|j - m_{b2}|)^2 & s_1 < j \leq s_2 \\ \vdots & \vdots \\ 1 - (c|j - m_{bn}|)^2 & j > s_{n-1} \end{cases} \quad (9)$$

式中: c 为归一化参数; $m_{a1}, m_{a2}, \dots, m_{an}$ 和 $m_{b1}, m_{b2}, \dots, m_{bn}$ 分别为定义在二维直方图上的灰度空间和邻域灰度空间不同区域的均值。

$$c = \frac{1}{g_{\max} - g_{\min}} \quad (10)$$

$$m_{ak} = \frac{\sum_{i=t_{k-1}}^{t_k} \sum_{j=s_{k-1}}^{s_k} ip_{i,j}}{\sum_{i=t_{k-1}}^{t_k} \sum_{j=s_{k-1}}^{s_k} p_{i,j}} \quad k = 1, 2, \dots, n \quad (11)$$

$$m_{bk} = \frac{\sum_{i=t_{k-1}}^{t_k} \sum_{j=s_{k-1}}^{s_k} jp_{i,j}}{\sum_{i=t_{k-1}}^{t_k} \sum_{j=s_{k-1}}^{s_k} p_{i,j}} \quad k = 1, 2, \dots, n \quad (12)$$

式中: g_{\max} 和 g_{\min} 分别为图像的最大和最小灰度值; $t_0 = 0, t_n = L-1, s_0 = 0, s_n = L-1$; $P_{i,j}$ 为二维直方图。

因此,二维灰度空间下的二维多阈值隶属度函数为:

$$\mu_A^{\text{REF2}}(i, j; T, S) = \min(\mu_A^{\text{REF2}}(i; T), \mu_A^{\text{REF2}}(j; S)) \quad (13)$$

则二维多阈值 α -型模糊散度为:

$$D(A, B; T, S) = \frac{1}{\alpha - 1} \sum_{i=0}^{L-1} \sum_{j=0}^{L-1} \left[\frac{2^{\alpha-1} (\mu_A^{\text{REF2}}(i, j; T, S))^\alpha}{(\mu_A^{\text{REF2}}(i, j; T, S) + 1)^{\alpha-1}} + 2^{\alpha-1} (1 - \mu_A^{\text{REF2}}(i, j; T, S)) + \frac{2^{\alpha-1}}{(\mu_A^{\text{REF2}}(i, j; T, S) + 1)^{\alpha-1}} - 2 \right] \quad (14)$$

当其达到最小值时对应的阈值为最优阈值。

2.2 基于线性函数改进的 PSO 算法 (IPSO)

PSO 算法中,学习因子 c_1 和 c_2 分别控制着当前粒子向个体最优位置和全局最优位置的学习能力,即分别控制着 PSO 的“自我认知”和“社会认知”部分。粒子在不同 c_1 和 c_2 值下的搜索能力不同。在迭代初期,粒子与个体最优距离较近,与全局最优距离较远,需要增强粒子的“自我认知”能力,减弱“社会认知”能力,即需要较大的 c_1 值和较小的 c_2 值。在迭代后期,粒子与个体最优距离较远,与全局最优距离较近,需要减弱粒子的“自我认知”能力,增强“社会认知”能力,即需要较小的 c_1 值和较大的 c_2 值。但经典 PSO 算法中, c_1 和 c_2 值都是固定值。因此,本文采用线性递减和线性递增函数分别对 PSO 算法的“自我认知”和“社会认知”部分进行改进:

$$c_1(t) = c_{10} \times \left(1 - \frac{t}{G}\right) \quad (15)$$

$$c_2(t) = c_{20} \times \frac{t}{G} \quad (16)$$

式中: c_{10} 和 c_{20} 为学习因子的初始值; t 和 G 分别为当前迭代次数和最大迭代次数。则改进后的速度更新公式为:

$$v_{id}^{t+1} = wv_{id}^t + c_1(t) \times (p_{id}^t - x_{id}^t) + c_2(t) \times (p_{gd}^t - x_{id}^t) \quad (17)$$

2.3 基于 IPSO 的二维模糊散度多阈值图像分割

本文算法的本质即用 IPSO 算法在像素点的灰度值以及该像素 $d \times d$ 邻域平均灰度值构成的二维空间中,求取多组最优解 $(t_1^*, s_1^*), (t_2^*, s_2^*), \dots, (t_{n-1}^*, s_{n-1}^*)$, 使得二维多阈值 α -型模糊散度最小。算法步骤如下:

步骤 1 输入待分割图像,若为彩色图像,则将其转化为灰度图像;统计最大灰度值 g_{\max} 和最小灰度值 g_{\min} ;计算图像的二维直方图 $P_{i,j}$ 。

步骤 2 设置 IPSO 算法的各参数:学习因子 c_{10} 和 c_{20} , 惯性因子 w_{\min} 和 w_{\max} , 种群大小 N , 最大迭代次数 G , 优化求解问题的维数 D 。分别在灰度空间和邻域灰度空间上初始化粒子的位置和速度。

步骤 3 分别对灰度空间和邻域灰度空间上的位置按升序排序,并有序赋值给对应空间上的多个阈值。

步骤 4 选择 REF2 型隶属度函数建立图像的模糊集。根据式(13)计算二维多阈值隶属度函数,再根据式(14)计算二维多阈值 α -型模糊散度作为 IPSO 算法的适应度函数。通过极小化适应度函数确定最佳适应度值和全局最优位置。

步骤 5 根据式(6) - 式(7)和式(15) - 式(17)更新粒子的惯性因子、速度和位置。

步骤 6 判断是否到达最大迭代次数。若是,则输出灰度空间和邻域灰度空间上的全局最优位置并作为最优阈值实现图像的多阈值分割;若不是,则返回步骤 3。

3 实验

本文选择 Berkeley BSD500 图库^[21]中的#3063、#3096、#118035、#24063、#241004 和#55067 进行仿真实验,阈值数目分别为 1、1、2、2、3、4。

所有实验环境均为:Windows 8; Intel Core-i5 CPU; 4.00 GB RAM; MATLAB R2014a。

3.1 对比算法和参数设置

为验证本文算法的有效性,采用的对比算法为 2DOtsu 算法^[7]、WPA2DOtsu 算法^[12]和 2DKLMPSO 算法^[16]。 α -型模糊散度中,参数 $\alpha = 0.5$ 。像素邻域大小为 3×3 。IPSO 算法中,学习因子 $c_{10} = 2, c_{20} = 2$, 惯性因子 $w_{\min} = 0.4, w_{\max} = 0.9$ 。种群大小 $N = 50$, 最大迭代次数 $G = 100$ 。

3.2 性能指标

为进一步验证本文算法的有效性,选择峰值信噪比^[14](Peak Signal to Noise Ration, PSNR), 特征相似性^[14](Feature Similarity Index, FSIM)和分类误差^[22](Misclassification Error, ME)客观评价本文算法的性能。

PSNR 值越大,表示失真越小,图像分割效果越好。

$$PSNR = 10 \log_{10} \left(\frac{255^2}{MSE} \right) \quad (18)$$

$$MSE = \frac{1}{MN} \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N [I(i,j) - \tilde{I}(i,j)]^2 \quad (19)$$

式中: $I(i,j)$ 、 $\tilde{I}(i,j)$ 分别表示大小为 $M \times N$ 的原图像和分割后图像。

FSIM 值越大,表示分割后图像的质量越好。

$$FSIM = \frac{\sum_{x \in \delta} S_L(x) \cdot PC_{\max}(x)}{\sum_{x \in \delta} PC_{\max}(x)} \quad (20)$$

$$PC_{\max}(x) = \max(PC_1(x), PC_2(x)) \quad (21)$$

$$S_L(x) = [S_{PC}(x)]^\theta \cdot [S_G(x)]^\beta \quad (22)$$

$$S_{PC}(x) = \frac{2PC_1(x) \cdot PC_2(x) + M_1}{PC_1^2 + PC_2^2 + M_1} \quad (23)$$

$$S_G(x) = \frac{2G_1(x) \cdot G_2(x) + M_2}{G_1^2 + G_2^2 + M_2} \quad (24)$$

式中: δ 为整幅图像的像素域, $PC_1(x)$ 和 $PC_2(x)$ 分别为原始图像和分割后图像的相位一致性, $G_1(x)$ 和

$G_2(x)$ 分别为原始图像和分割后图像的梯度幅值, θ 、 β 、 M_1 和 M_2 为常数。

ME 值越小,表示被错分的像素越少,分割后图像的质量越好。

$$ME = 1 - \frac{|m_{o1} \cap m_{T1}| + |m_{o2} \cap m_{T2}| + \dots + |m_{on} \cap m_{Tn}|}{m_{o1} + m_{o2} + \dots + m_{on}} \quad (25)$$

式中: $m_{T1}, m_{T2}, \dots, m_{Tn}$ 表示实际分割图像对应区域的像素; $m_{o1}, m_{o2}, \dots, m_{on}$ 表示理想分割或者 Ground-Truth 对应区域的像素。

3.3 实验结果

所选 6 幅测试图像的多阈值分割结果如图 2 - 图 7 所示,其中:(a)和 (b)分别为原图像和 Ground-Truth,(c) - (f)分别为 2DOtsu 算法、WPA2DOtsu 算法、2DKLMPSO 算法和本文算法的分割结果。PSO 算法和 IPSO 算法对各测试图像的收敛曲线如图 8 所示。表 1 列出了 4 种算法对各测试图像的性能指标值。

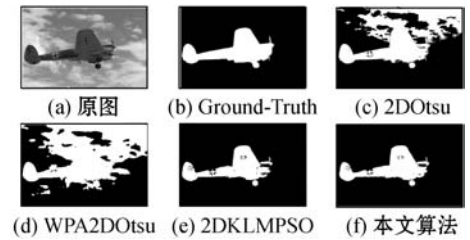


图 2 图像#3063 单阈值分割结果

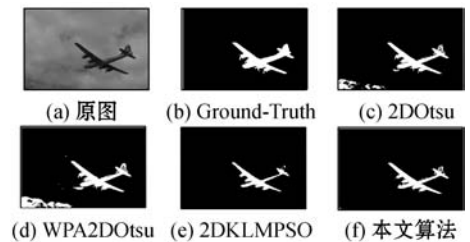


图 3 图像#3096 单阈值分割结果

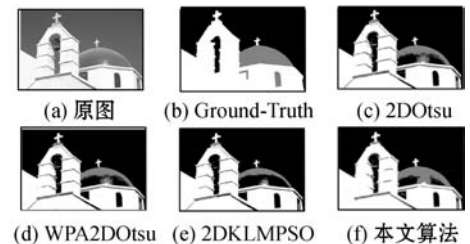


图 4 图像#118035 二阈值分割结果

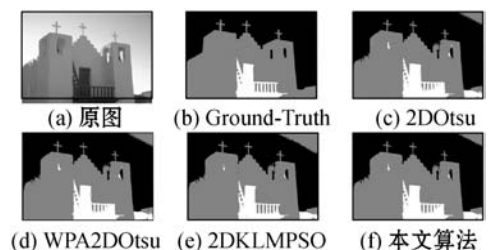


图 5 图像#24063 二阈值分割结果

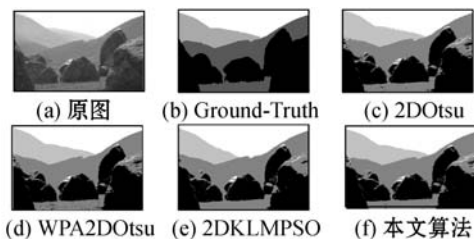


图 6 图像#241004 三阈值分割结果

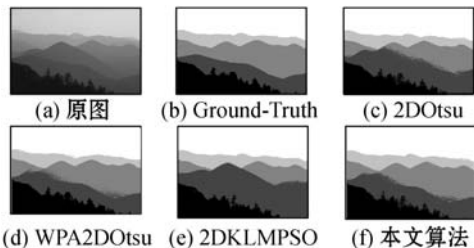


图 7 图像#55067 四阈值分割结果

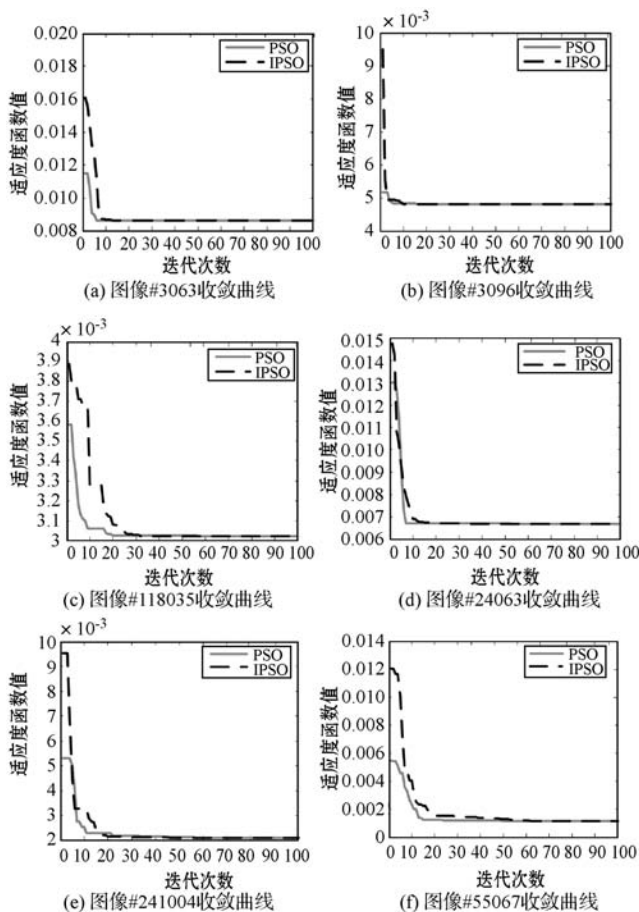


图 8 6 幅测试图像的收敛曲线

表 1 各算法 PSNR 值,FSIM 值和 ME 值对比

测试图像	性能指标	2DOtsu	WPA2DOtsu	2DKLMPSO	本文算法
#3063	PSNR	3.413 6	3.427 5	3.540 4	3.546 1
	FSIM	0.690 1	0.694 0	0.679 8	0.699 2
	ME	0.297 0	0.302 6	0.025 1	0.017 7
#3096	PSNR	5.655 8	5.585 3	5.935 3	5.962 5
	FSIM	0.828 4	0.827 0	0.837 7	0.840 1
	ME	0.027 0	0.038 2	0.025 0	0.021 7

续表 1

测试图像	性能指标	2DOtsu	WPA2DOtsu	2DKLMPSO	本文算法
#118035	PSNR	11.361 7	11.184 4	11.042 5	11.531 2
	FSIM	0.735 3	0.737 4	0.729 7	0.739 6
	ME	0.115 6	0.118 3	0.123 5	0.017 3
#24063	PSNR	17.567 3	17.606 0	17.099 5	17.620 5
	FSIM	0.778 0	0.778 1	0.773 4	0.779 5
	ME	0.053 3	0.053 0	0.067 9	0.050 7
#241004	PSNR	16.722 0	16.672 8	16.751 2	16.842 5
	FSIM	0.621 0	0.625 0	0.619 5	0.627 5
	ME	0.079 0	0.079 2	0.117 5	0.083 8
#55067	PSNR	18.132 3	17.584 1	18.075 1	18.136 3
	FSIM	0.802 2	0.803 9	0.797 4	0.808 0
	ME	0.096 4	0.047 7	0.172 6	0.045 2

对于#3063 和#3096,2DOtsu 算法和 WPA2DOtsu 算法出现大量像素误判现象,本文算法相比于 2DKLMPSO 算法,可以保留更多的机身信息,由表 1 可以看出,本文算法的 3 种指标值优于对比算法。对于#118035,本文算法对房顶处理较好,表 1 列出的 3 种性能指标值也优于对比算法。对于#24063,本文算法对右上角的处理较好,其 PSNR 值、FSIM 值和 ME 值保持一定的优势。对于#241004,2DOtsu 算法和 WPA2DOtsu 算法对草地处理较差,2DKLMPSO 算法将部分山峰误分为天空,本文算法的分割结果更接近于 Ground-Truth,其 PSNR 值和 FSIM 值保持一定的优势,但 ME 值不及 2DOtsu 算法。对于#55067,2DOtsu 算法和 WPA2DOtsu 算法出现大量边缘像素误判现象,2DKLMPSO 算法出现部分山峦错分现象,本文算法的分割结果在视觉效果上更接近于 Ground-Truth,其对应的 PSNR 值、FSIM 值和 ME 值也优于对比算法。

由图 8 可以看出,相比于 PSO 算法,改进后的 IPSO 算法可以有效改善过早收敛,陷入局部最优的现象,能够扩大最优解的搜索范围,保持解的多样性。

对 6 幅测试图像,本文算法的平均运行时间为 68.675 0 s,未加 IPSO 算法的二维多阈值 α -型模糊散度平均运行时间在 64 800 s 以上。本文算法耗时明显较少。

4 结 语

本文提出一种基于 IPSO 的二维模糊散度多阈值图像分割算法。首先,在二元灰度空间上建立二维多

阈值隶属度函数,进而构造二维多阈值 α -型模糊散度作为选取最佳阈值的准则函数;其次,用线性递减和线性递增函数分别对 PSO 算法的“自我认知”和“社会认知”部分进行改进,以改善 PSO 算法易陷入局部最优,造成虚假收敛的问题;最后,为解决未加优化的二维多阈值分割算法耗时长的的问题,用改进后的 IPSO 算法优化求解二维多阈值 α -型模糊散度的最优阈值,实现图像的多阈值分割。实验结果表明,本文算法对不同测试图像有较好的分割结果,提高了分割精度,同时节省了大量时间。

参 考 文 献

- [1] 章毓晋. 图像分割[M]. 北京:科学出版社,2001.
- [2] Li J F, Tang W Y, Wang J, et al. Multilevel thresholding selection based on variational mode decomposition for image segmentation[J]. *Signal Processing*, 2018, 147(1): 80 – 91.
- [3] Tarabalka Y, Chanussot J, Benediktsson J A. Segmentation and classification of hyperspectral image using watershed transformation[J]. *Pattern Recognition*, 2010, 43(7): 2367 – 2379.
- [4] Matic T, Aleksi I, Hocenski Z, et al. Real-time biscuit tile image segmentation method based on edge detection[J]. *ISA Transactions*, 2018, 76:246 – 254.
- [5] 赵凤,张咪咪,刘汉强. 区域信息驱动的多目标进化半监督模糊聚类图像分割算法[J]. *电子与信息学报*, 2019, 41(5):1106 – 1113.
- [6] Otsu N. A threshold selection method from gray-level histograms[J]. *IEEE Transactions on Systems Man and Cybernetics*, 1979, 9(1):62 – 66.
- [7] 刘健庄,栗文青. 灰度图像的二维 Otsu 自动阈值分割法[J]. *自动化学报*, 1993, 19(1):101 – 105.
- [8] Wang D, Li H H, Wei X Y, et al. An efficient iterative thresholding method for image segmentation[J]. *Journal of Computational Physics*, 2017, 350:657 – 667.
- [9] Ye Z, Ye Y, Yin H. Qualitative and quantitative study of GAs and PSO based evolutionary intelligence for multilevel thresholding[C]//2017 10th International Symposium on Advanced Topics in Electrical Engineering(ATEE). IEEE, 2017.
- [10] 吴虎胜,张凤鸣,吴庐山. 一种新的群体智能算法——狼群算法[J]. *系统工程与电子技术*, 2013, 35(11):2430 – 2438.
- [11] Civicioglu P, Besdok E. A conceptual comparison of the Cuckoo-search, particle swarm optimization, differential evolution and artificial bee colony algorithms[J]. *Artificial Intelligence Review*, 2013, 39(4):315 – 346.
- [12] 曹爽,安建成. 狼群优化的二维 Otsu 快速图像分割算法[J]. *计算机工程与科学*, 2018, 40(7):79 – 84.
- [13] 罗钧,杨永松,侍宝玉. 基于改进的自适应差分演化算法的二维 Otsu 多阈值图像分割[J]. *电子与信息学报*, 2019, 41(8):2017 – 2024.
- [14] Rupak C, Rama S, Garg M L. An improved PSO-based multi-level image segmentation technique using minimum cross-entropy thresholding[J]. *Arabian Journal for Science and Engineering*, 2019, 44:3005 – 3020.
- [15] Bhandari D. Fuzzy divergence, probability measure fuzzy events and image thresholding[J]. *Pattern Recognition Letters*, 1992, 13(12):857 – 867.
- [16] Zhao X, Turk M, Li W, et al. A multilevel image thresholding segmentation algorithm based on two-dimensional K – L divergence and modified particle swarm optimization[J]. *Applied Soft Computing*, 2016, 48:151 – 159.
- [17] 兰蓉,范九伦. 基于 α -型相对信息的模糊散度[J]. *工程数学学报*, 2010, 27(4):715 – 719.
- [18] 兰蓉,史露娜. 基于改进的算术平均算子的阈值分割算法[J]. *西安邮电大学学报*, 2017, 22(2):44 – 52.
- [19] Eberhart R C, Kennedy J. A new optimizer using particle swarm theory[C]//Proceeding of the 6th international symposium on micro machine and human science. IEEE, 1995: 39 – 43.
- [20] Bustince H, Barrenechea E, Pagola M. Image thresholding using restricted equivalence functions and maximizing the measures of similarity[J]. *Fuzzy Sets and Systems*, 2007, 158(5): 496 – 516.
- [21] Arbelaez P, Maire M, Fowlkes C. Contour detection and hierarchical image segmentation[J]. *IEEE Transaction on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2011, 33(5): 898 – 916.
- [22] Sezgin M, Sankur B. Survey over image thresholding techniques and comparative analysis of entropy evaluation[J]. *Journal of Electronic Imaging*, 2004, 13(1): 146 – 165.
- (上接第 132 页)
- [22] 范清兰,张云峰,包芳勋,等. 基于 NSCT 的区域自适应图像插值算法[J]. *计算机研究与发展*, 2018, 55(3):629 – 642.
- [23] Lee S J, Kang M C, Uhm K H, et al. An edge-guided image interpolation method using Taylor series approximation[J]. *IEEE Transactions on Consumer Electronics*, 2016, 62(2): 159 – 165.
- [24] Liu P, Hong Y, Liu Y. A novel multi-scale adaptive convolutional network for single image super-resolution[J]. *IEEE Access*, 2019, 7:45191 – 45200.