

基于再权重稀疏和正交约束非负矩阵分解的高光谱图像解混

董桓宇 陈善学 陈雯雯

(重庆邮电大学通信与信息工程学院 重庆 400065)

(重庆邮电大学移动通信技术重庆市重点实验室 重庆 400065)

摘要 针对由于非负矩阵分解模型的非凸性和噪声,非负矩阵分解方法容易陷入局部最优解的问题,提出一种再权重稀疏和正交约束非负矩阵分解算法(Reweight Sparse and Orthogonal Nonnegative Matrix Factorization, RONMF)。RSNMF 是一种稀疏增强的算法,充分体现了高光谱图像解混的地物丰度稀疏性,但也因此使得光谱近似的地物容易混淆。RONMF 在再权重稀疏非负矩阵分解的基础上,引入正交非负矩阵分解(Orthogonal Nonnegative Matrix Factorization, ONMF),增强端元光谱的独立性,在再权重稀疏算法基础上进一步优化,以达到更好的解混效果。实验也证实了该算法的优越性能,RONMF 算法对土壤与路这种光谱相近的端元解混性能与 SONMF 相近,继承 SONMF 有效保护端元独立性的特性,对树和水这种丰度稀疏特性较强端元的解混性能,极大程度地保留了再权重稀疏算法的稀疏性增强能力。

关键词 高光谱图像解混 非负矩阵分解 再权重稀疏 正交

中图分类号 TP751 文献标志码 A DOI:10.3969/j.issn.1000-386x.2022.07.034

REWEIGHT SPARSE AND ORTHOGONAL NONNEGATIVE MATRIX FACTORIZATION FOR HYPERSPECTRAL UNMIXING

Dong Huanyu Chen Shanxue Chen Wenwen

(School of Communication and Information Engineering, Chongqing University of Posts and Telecommunications, Chongqing 400065, China)

(Chongqing Key Labs of Mobile Communications Technology, Chongqing University of Posts and Telecommunications, Chongqing 400065, China)

Abstract The nonnegative matrix factorization model has the non convexity and noise, and it is easy to fall into local optimal solution. Aiming at these problem, we propose a reweight sparse and orthogonal nonnegative matrix factorization (RONMF). Reweight sparse nonnegative matrix factorization (RSNMF) is a enhancing sparse algorithm, which fully reflects the sparse abundance of ground objects of hyperspectral unmixing. However, the ground objects with similar spectrum is easily to be confused. On the basis of RSNMF, RONMF introduced orthogonal nonnegative matrix factorization (ONMF) to enhance the spectral independence of endmembers and further optimized the RSNMF to achieve better effect of unmixing. The experiment proved the superior performance of the proposed algorithm. RONMF has similar performance to SONMF on approximated endmembers such as solid and road, which inherits the characteristics of SONMF of effectively protecting the spectrum independence. It greatly retains the sparsity enhancement ability from RSNMF for endmembers which have a strong sparsity such as tree and water.

Keywords Hyperspectral unmixing Nonnegative Matrix Factorization Reweight sparse Orthogonal

0 引言

高光谱图像解混是高光谱图像处理的一个重要的

方向,其对地物成分和光谱特性的体现,使其受到越来越多的关注。混合像元分解时,关于端元和丰度都是未知的,而非负矩阵分解受初始的端元和丰度影响比较大,因此初始化所用的端元提取算法和丰度估计算法

也是十分重要的。常用的端元提取算法有最大体积法 N-Finder^[1]和顶点成分分析(Vertex Component Analysis, VCA)^[2]等。丰度估计较常用的算法有全约束最小二乘法(Fully Constrained Least Squares, FCLS)^[3-4]等。

非负矩阵分解(Nonnegative Matrix Factorization, NMF)由于其算法复杂度较低、简单易实现,又有模型简明、实际意义明确、易于改进等优点,受到了国内外研究人员的追捧。非负矩阵分解算法由 Lee 等^[5]提出,并给出了乘法迭代规则。Hoyer^[6]提出了基于非负矩阵分解的稀疏编码方式,并予以证明,并重点说明了 L_1 稀疏约束非负矩阵分解(L_1 -SNMF)的情况。并且以上的方法在近年依旧散发着活力。Feng 等^[7]也提出了将 L_1 稀疏约束引入深度网络的算法。He 等^[8]结合了总变差,为再权重稀疏非负矩阵分解算法添加了分段平滑性。陈善学等^[9]提出了用正交非负矩阵分解结合 $L_{1/2}$ 稀疏约束非负矩阵分解(SONMF)的算法。江子特等^[10]还针对基于 Fan 模型的 Fan-NMF 进行了研究。除非负矩阵分解之外,高光谱图像解混方法也是近年来的研究热点,例如刘万军等^[11]还提出基于最大体积单体的端元子集优选方法,既可以作为比较成熟的解混算法,也可以作为性能较优的端元提取算法从而进一步优化解混算法。由此可见解混仍旧是近年来比较热门的研究课题。

虽然文献[9]所提出的方法极大弥补了传统基于 NMF 线性解混方法对高光谱数据表达不足的问题,取得了非常好的效果,具有算法简单易实现、解混效果好和分解效率高、物理意义明确等优点,但仍存在一些不足。RONMF 将在 SONMF 基础上进行改进和创新,在一些情景下使解混效果更优。

1 线性混合模型与非负矩阵分解

1.1 线性混合模型

线性混合模型(Linear Mixing Model, LMM)是一种重要的混合模型,具有简单明了的数学特性和一定的物理意义,很多研究都建立在线性混合模型之上。在一般情况下,像元的反射率可以近似地看作端元的线性混合:

$$\mathbf{R} = \mathbf{AS} + \mathbf{n} \quad (1)$$

式中: \mathbf{R} 为像元反射率; \mathbf{A} 为端元反射率矩阵; \mathbf{S} 为丰度矩阵,地物丰度满足非负性与全加性; \mathbf{n} 为噪声干扰。

1.2 非负矩阵分解

文献[5]提出非负矩阵分解,并给出了乘法迭代规则。构建基于欧氏距离的目标函数:

$$f(\mathbf{A}, \mathbf{S}) = \frac{1}{2} \|\mathbf{R} - \mathbf{AS}\|_{\text{F}}^2 \quad (2)$$

将式(2)代入线性混合模型,其所要解决的问题 $\arg \min f(\mathbf{A}, \mathbf{S})$ 等同于求噪声最小化 $\min \|\mathbf{n}\|$ 的问题。其乘法更新规则为:

$$\mathbf{A} \leftarrow \mathbf{A} \cdot (\mathbf{RS}^{\text{T}}) ./ (\mathbf{ASS}^{\text{T}}) \quad (3)$$

式中: \cdot 表示哈达玛积。

$$\mathbf{S} \leftarrow \mathbf{S} \cdot (\mathbf{A}^{\text{T}}\mathbf{R}) ./ (\mathbf{A}^{\text{T}}\mathbf{AS}) \quad (4)$$

2 算法设计

2.1 再权重稀疏非负矩阵分解

再权重稀疏非负矩阵分解算法(RSNMF)^[12]是一种改进的 L_1 稀疏非负矩阵分解算法,在数理上,其具备 L_1 和 L_0 两种范数稀疏非负矩阵分解算法的优点。用非凸的对数和(log-sum)惩罚函数作为权重约束,构建目标函数:

$$f(\mathbf{A}, \mathbf{S}) = \min_{\mathbf{A}, \mathbf{S}} \frac{1}{2} \|\mathbf{R} - \mathbf{AS}\|_{\text{F}}^2 + \lambda \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^K \log(S_{i,j} + \text{eps}) \quad (5)$$

式中: λ 为调节参数; N 为像元数; K 为波段数; eps 为误差补偿。对数和惩罚函数比 L_1 范数有更多潜在的稀疏奖励。接下来就引出了再权重约束,构建目标函数:

$$f(\mathbf{A}, \mathbf{S}) = \min_{\mathbf{A}, \mathbf{S}} \frac{1}{2} \|\mathbf{Y} - \mathbf{AS}\|_{\text{F}}^2 + \lambda \|\mathbf{W} \odot \mathbf{S}\|_1 \quad (6)$$

式中: \odot 表示矩阵的对应位置元素的乘积; \mathbf{Y} 表示图像数据矩阵; \mathbf{W} 为非负权重矩阵,作为由丰度矩阵计算得到的用于下一次迭代的通解。 \mathbf{W} 元素表示为:

$$w_{i,j}^{(k+1)} := 1 / (|S_{i,j}^k| + \text{eps}) \quad (7)$$

乘法更新规则为:

$$\mathbf{A} \leftarrow \mathbf{A} \cdot (\mathbf{RS}^{\text{T}}) ./ (\mathbf{ASS}^{\text{T}}) \quad (8)$$

$$\mathbf{S} \leftarrow \mathbf{S} \cdot (\mathbf{A}^{\text{T}}\mathbf{R}) ./ (\mathbf{A}^{\text{T}}\mathbf{AS} + \lambda \mathbf{W}) \quad (9)$$

关于论证 RSNMF 与 L_1 -SNMF 和 L_0 -SNMF 的稀疏性,在文献[12]中举了一个简单且有趣的例子,并被文献[8]沿用。

假设 $\mathbf{y} = \mathbf{As}^0 = [1, 1, 2]^{\text{T}}$ 并且有:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \\ 3 & 2 & 3 \end{bmatrix}$$

关于 L_0 稀疏的解为 $\mathbf{s}^0 = [0, 1, 0]^{\text{T}}$, 关于 L_1 稀疏

的解为 $s^0 = [1/3, 0, 1/3]^T$ 。如果我们引入权重向量 $w = [3, 1, 3]^T$, 则式(6)中加权重 L_1 范数的解和 L_0 范数的解是一样的。

2.2 正交非负矩阵分解

最早提出正交约束的正交非负矩阵(ONMF)分解算法的是 Choi^[13]。在此之前 Ding 等^[14-15]就已经做了关于 ONMF 与 K-means 等价的研究和 ONMF 与 kernel K-means 之间的关系进行了分析,为 Choi 提出正交约束的 ONMF 做了铺垫,以下简称 ONMF。文献[9]使用 Gram-Schmidt 正交化方法。将 $A^T A \propto I$ 作为约束条件构建目标函数:

$$f(A, S) = \min(\|R - AS\|_F^2 + \|A^T A - \alpha I\|_F^2) \quad (10)$$

式中: α 为正交回归参数。乘法更新规则为:

$$A \leftarrow A * (RS^T + 2\alpha A) ./ (ASS^T + 2\alpha AA^T A) \quad (11)$$

$$S \leftarrow S * (A^T R) ./ (A^T AS) \quad (12)$$

2.3 再权重稀疏和正交非负矩阵分解

由于某些端元光谱曲线是相近的,比如 tree 和 grass 等,因此希望尽量保证端元独立性。文献[14-15]已经证明了正交非负矩阵分解等价于 K-means 聚类,可以很好地保证端元独立性。由于丰度具有非负性和全加性,因此稀疏性约束非常适合用于丰度约束,但由于约束项的不同,使得稀疏约束解混效果不同,RONMF 采用再权重稀疏非负矩阵分解的方法对丰度进行稀疏性约束。RONMF 构建目标函数为:

$$f(A, S) = \min_{A, S} \frac{1}{2} \|R - AS\|_F^2 + \lambda \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^K \log(S_{i,j} + eps) + \|A^T A - \alpha I\|_F^2 \quad (13)$$

则乘法迭代规则更新为:

$$A \leftarrow A * (RS^T + 2\alpha A) ./ (ASS^T + 2\alpha AA^T A) \quad (14)$$

$$S \leftarrow S * (A^T R) ./ (A^T AS + \lambda(1 ./ (S + \varepsilon))) \quad (15)$$

式中: ε 表示误差补偿。

在文献[12]的基础上进一步对 $L_{1/2}$ 范数和再权重 L_1 范数的稀疏性进行比较,图1所示是 $L_{1/2}$ 范数和再权重 L_1 范数惩罚函数随丰度变化的惩罚量级变化。

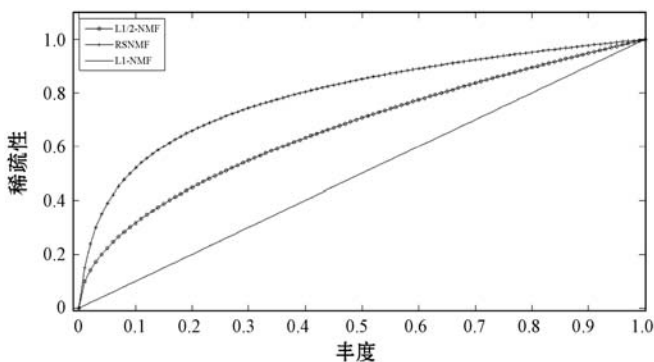


图1 稀疏性对比

图1中,代表 L_1 范数的惩罚函数为 $f_1(s) = s$,代表 $L_{1/2}$ 范数的惩罚函数为 $f_{1/2}(s) = \frac{1}{2}s^{-\frac{1}{2}}$,代表再权重 L_1 范数的惩罚函数为 $f_R(s) \propto \log(1 + s/\varepsilon)$,并且满足 $f_R(0) = f_1(0) = f_{1/2}(0) = 0$ 和 $f_R(1) = f_1(1) = f_{1/2}(1) = 1$,显而易见 $L_{1/2}$ 范数稀疏性比再权重 L_1 范数更接近于 L_1 范数,再权重 L_1 范数比 $L_{1/2}$ 范数更接近于 L_0 范数。RONMF 算法如算法1所示。

算法1 RONMF 算法

输入: 高光谱图像 R , 像素点数 P, I 行 J 列, 波段数 L 。

步骤1 使用 N-Finder 或 Hysime 初始化端元矩阵 A , 然后用 Fcls 初始化丰度矩阵 S 。

步骤2 使用式(14)更新端元矩阵 A 。

步骤3 使用式(15)更新丰度矩阵 S 。

步骤4 一直重复步骤2、步骤3更新,直到达到最大迭代次数,或满足迭代要求。

3 实验与仿真

数据采用美国地质调查局的 JasperRidge2 场景, 100×100 像素的数据区域,移除波段为 1~3、108~112、154~166、220~224,剩余 198 个波段。图2为场景的一个波段。

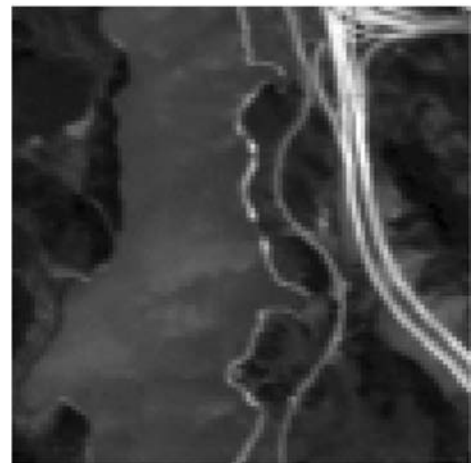


图2 场景第12个波段

RONMF 参数:根据文献[8-9,12], α 设置为 0.2, λ 设置为 0.01, ε 设置为 0.01。使用光谱角距离(Special Angle Distance, SAD)、均方根误差(Root Mean Square Error, RMSE)作为实验结果的评价标准。

表1和表2是再权重 L_1 范数稀疏约束非负矩阵分解(RNMF)、总变差再权重 L_1 范数稀疏约束非负矩阵分解(TVRNMF)、 $L_{1/2}$ 范数稀疏正交约束非负矩阵分解(SONMF)和再权重稀疏正交非负矩阵分解(ONMF)

四种算法的解混端元对比。可以看出,本文算法总体而言性能最佳,与 RNMF 和 TVRNMF 相比较具有相对较大的优势,与 SONMF 相比较性能优越性不是很明显。在图 3 真实端元与 RONMF 解混端元对比中也可以看出 RONMF 解混端元与真实端元基本重合。而土壤和路的端元波形更相近,SONMF 和 RONMF 解混效果要更好一些,这是因为正交约束部分对端元独立性增强的作用。

表 1 场景的 4 端元光谱角距离

场景	RNMF	TVRNMF	SONMF	RONMF
树	0.236 2	0.241 7	0.201 2	0.205 5
水	0.047 3	0.044 0	0.090 0	0.058 8
土壤	0.158 6	0.162 2	0.141 9	0.134 1
路	0.177 9	0.181 8	0.155 3	0.152 6

表 2 场景的 4 端元均方根误差

场景	RNMF	TVRNMF	SONMF	RONMF
树	0.229 2	0.228 4	0.230 4	0.224 4
水	0.053 9	0.066 7	0.066 6	0.045 9
土壤	0.137 9	0.136 4	0.149 9	0.126 2
路	0.181 0	0.182 5	0.171 9	0.183 6

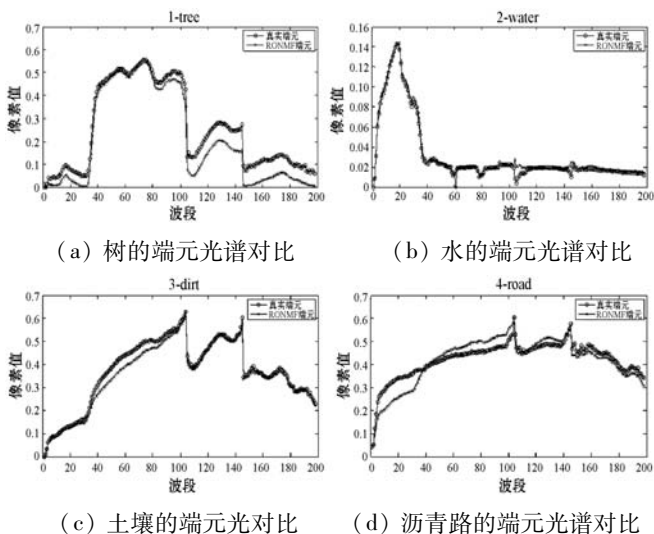


图 3 端元对比

图 4 是四种算法四个端元的丰度图,第一行为 RONMF 算法,第二行为 SONMF 算法,第三行为 TVRNMF 算法,第四行为 RNMF 算法,第五行为真实地物的丰度。从丰度上直观观察四种算法都有不错的效果,但是 RONMF 对比度明显一些,效果更佳。在土壤和路,TVRNMF 和 RNMF 丰度相对模糊一些, RONMF 和 SONMF 丰度清晰一些,解混效果更佳。

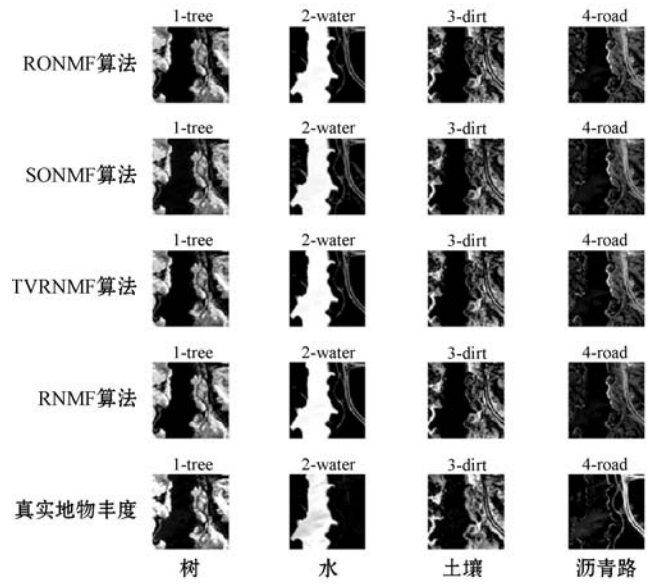


图 4 四种算法四端元丰度

4 结 语

本文提出一种结合再权重 L_1 范数稀疏约束和正交约束非负矩阵分解的解混算法,利用正交约束增强端元独立性,利用再权重 L_1 范数稀疏约束增强丰度的稀疏性,针对线性非负矩阵的非凸性造成容易陷入局部最优解的问题进行了改进,并与 SONMF 进行了对比分析。再权重 L_1 范数稀疏约束与 $L_{1/2}$ 范数稀疏约束,都是增强的稀疏约束方法,构成的惩罚函数凸性更强,两种方法各有胜场。根据文献[8], $L_{1/2}$ 范数稀疏约束作为 L_q 范数稀疏约束中的一员, q 值仍旧是关键问题,并且 L_q 范数稀疏约束更适合于低信噪比的模型,而再权重 L_1 范数稀疏约束对这一问题有针对性改进。并且稀疏性上再权重 L_1 范数稀疏约束比 $L_{1/2}$ 范数稀疏约束更接近于 L_0 范数稀疏约束,也更适用于地物丰度较高的情况。因此在 JasperRidge2 场景和类似场景, RONMF 比 SONMF 有更好的解混表现。

参 考 文 献

[1] Winter M E. N-FINDR: An algorithm for fast autonomous spectral endmember determination in hyperspectral data [C]//SPIE's International Symposium on Optical Science, Engineering, and Instrumentation,1999.

[2] Nascimento J M P, Dias J M B. Vertex component analysis: A fast algorithm to unmix hyperspectral data [J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2005, 43 (4): 898 - 910.

[3] Heinz D C, Chang C. Fully constrained least squares linear spectral mixture analysis method for material quantification in hyperspectral imagery[J]. IEEE Transactions on Geoscience

- and Remote Sensing, 2001, 39(3):529–545.
- [4] Chen S Y, Ouyang Y C, Chang C I. Recursive unsupervised fully constrained least squares methods[C]//Geoscience & Remote Sensing Symposium, 2014.
- [5] Lee D D, Seung H S. Algorithms for non-negative matrix factorization[C]//Advances in Neural Information Processing Systems, 2001.
- [6] Hoyer P O. Non-negative sparse coding[C]//12th IEEE Workshop on Neural Networks for Signal Processing, 2002.
- [7] Feng X R, Li H C, Li J, et al. Hyperspectral unmixing using sparsity-constrained deep nonnegative matrix factorization with total variation[J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2018, 56(10):6245–6257.
- [8] He W, Zhang H, Zhang L. Total variation regularized reweighted sparse nonnegative matrix factorization for hyperspectral unmixing[J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2017, 55(7):3909–3921.
- [9] 陈善学, 储成泉. 基于稀疏和正交约束非负矩阵分解的高光谱解混[J]. 计算机应用, 2019, 39(8):2276–2280.
- [10] 江子特, 赵辽英, 邹佳林. 基于 Fan 模型非负矩阵分解的光谱解混并行计算[J]. 计算机应用与软件, 2017, 34(12):96–100.
- [11] 刘万军, 杨秀红, 曲海成, 等. 基于端元子集优选的高光谱解混算法研究[J]. 计算机应用与软件, 2016, 33(7):252–256.
- [12] Candes E J, Wakin M B, Boyd S P. Enhancing sparsity by reweighted L1 minimization[J]. Journal of Fourier Analysis & Applications, 2008, 14:877–905.
- [13] Choi S. Algorithms for orthogonal nonnegative matrix factorization[C]//IEEE International Joint Conference on Neural Networks, 2008.
- [14] Ding C H Q, Li T, Peng W, et al. Orthogonal nonnegative matrix t-factorizations for clustering[C]//12th ACM SIGKDD International Conference on Knowledge Discovery and Data Mining, 2006.
- [15] Ding C H Q, He X. On the equivalence of nonnegative matrix factorization and K-means-spectral clustering[C]//SIAM International Conference on Data Mining, 2005.
- [16] Qu H, Yuan T, Sheng Z, et al. A pedestrian detection method based on YOLOv3 model and image enhanced by retinex[C]//2018 11th International Congress on Image and Signal Processing, BioMedical Engineering and Informatics (CISP-BMEI). IEEE, 2018:1–5.
- [17] Tumas P, Serackis A. Automated image annotation based on YOLOv3[C]//2018 IEEE 6th Workshop on Advances in Information, Electronic and Electrical Engineering(AIEEE). IEEE, 2018:1–3.
- [18] Lin T Y, Dollar P, Girshick R, et al. Feature pyramid networks for object detection[C]//IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. IEEE Computer Society, 2017:936–944.
- [19] Liu S, Qi L, Qin H, et al. Path aggregation network for instance segmentation[C]//2018 IEEE/CVF Conference on Computer Vision and Pattern Recognition, Salt Lake City, UT, 2018:8759–8768.
- [20] Lin D, Shen D, Shen S, et al. ZigZagNet: Fusing top-down and bottom-up context for object segmentation[C]//The IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition(CVPR), 2019:7490–7499.
- [21] 郭进祥, 刘立波, 徐峰, 等. 基于 YOLOv3 的机场场面飞机检测方法[J]. 激光与光电子学进展, 2019, 56(19):111–119.
- [22] Jiang B, Luo R, Mao J, et al. Acquisition of localization confidence for accurate object detection[C]//European Conference on Computer Vision(ECCV) workshops, 2018:289.
- [23] Hosang J, Benenson R, Schiele B. Learning non-maximum suppression[C]//2017 IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition(CVPR), 2017:6469–6477.
- [24] He K, Zhang X, Ren S, et al. Deep residual learning for image recognition[C]//IEEE Conference Computer Vision and Pattern Recognition, 2016:770–778.
- [25] Ioffe S, Szegedy C. Batch normalization: Accelerating deep network training by reducing internal covariate shift[C]//ICML'15: Proceedings of the 32nd International Conference on International Conference on Machine Learning. 2015, 37:448–456.
- [26] Rujikietgumjorn S, Watcharapinchai N. Vehicle detection with sub-class training using R-CNN for the UA-DETRAC benchmark[C]//2017 14th IEEE International Conference on Advanced Video and Signal Based Surveillance(AVSS), Lecce, 2017:1–5.
- [27] 王娜娜, 李晓旭, 曹洁. 提取目标区域词袋特征的图像分类方法[J]. 计算机工程与应用, 2018, 54(20):208–212, 218.
- [28] Li Z, Zhou F. FSSD: Feature fusion single shot multibox detector[EB]. arXiv:1712.00960, 2017.

(上接第 206 页)

- [7] 张洪瑞, 卫文学, 车吉鑫, 等. 基于 DC-YOLO 模型的建筑物砌体构件危险性等级鉴定方法[J]. 计算机应用与软件, 2019, 36(9):181–185, 213.
- [8] Redmon J, Farhadi A. YOLO9000: better, faster, stronger[C]//Proceedings of the IEEE conference on computer vision and pattern recognition. 2017:7263–7271.
- [9] Liu W, Anguelov D, Erhan D, et al. SSD: Single shot multibox detector[C]//European Conference on Computer Vision. Springer International Publishing, 2016:21–37.